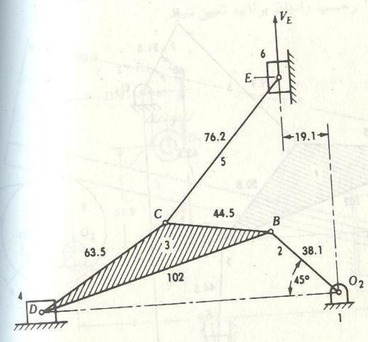
۱۲۰۶ (الف) در شکل م ۱۲۰۶، سرعت نقطهٔ E برابر ۴٫۵۷m/s است. با استفاده از روش سعی وخطا چندضلعی سرعت را رسم کنید. سرعت نقطهٔ D را برحسب متر در ثانیه به‌دست آورید.

(ب) ω_3 و ω_5 را برحسب رادیان درثانیه به‌دست‌آورید.



شکل م ۱۲۰۶

۷

تعیین شتاب درمکانیسمها

۱۰۷ مقدمه

در دو فصل قبل دیدیم که چگونه سرعت لحظه‌ای خطی هرنقطه از یك مکانیسم و به‌دنبال آن سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای هر میله را می‌توان تعیین کرد. دراین فصل چگونگی تعیین شتابهای خطی لحظه‌ای توضیح داده خواهد شد. تعیین شتاب، به‌خاطر اثر آن روی نیروهای ماند، از اهمیت خاصی برخوردار است. این نیروها نیز به نوبهٔ خود برتنشهای موجود در اجزای ماشین و بار اعمال شده بر یاتاقانها و ایجاد ارتعاشات و سروصدای ماشین تأثیر می گذارند.

تحلیل شتاب در یك مکانیسم با جمع کردن شتابهای نسبی صورت می گیرد. بنابراین روش کار درست‌مشابه‌روش دنبال‌شده درسرعتهای نسبی‌است. درآنجا هنگام رسم‌چندضلعی سرعت، قطب باعلامت O_2' نمایش‌داده می‌شد. قطب چندضلعی شتاب باعلامت O_2'' نمایش داده می‌شود وتمام نقاط روی چندضلعی دارای علامت (″) خواهند بود. خطوطی که از قطب به‌نقاط روی چندضلعی شتاب وصل شوند، بیانگر شتابهای مطلق نقاط فوق روی مکانیسم‌اند وخطی که هردونقطه از چندضلعی را به‌هم وصل کند، مبین شتاب نسبی نقاط فوق روی مکانیسم است.

معادله‌های زیر که درفصل ۲ برای شتاب یك‌نقطه به‌دست آمده‌اند، درحل مسائل این فصل نیز به‌کار گرفته می‌شوند:

$$A^n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2 = V\omega \qquad (1.7)$$

$$A^t = R\alpha \qquad (۲.۷)$$

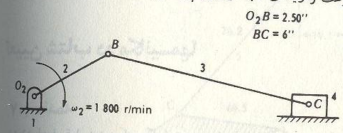
$$A = \sqrt{(A^n)^۲ + (A^t)^۲} \qquad (۳.۷)$$

علاوه بر مؤلفه‌های مماسی و عمودی شتاب که در بالا آمده است، مؤلفهٔ شتاب کریولیس نیز درنظر گرفته خواهد شد. این مؤلفه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

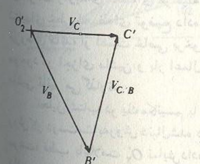
$$\text{شتاب کریولیس} = ۲V\omega \qquad (۴.۷)$$

۲.۷ شتاب خطی

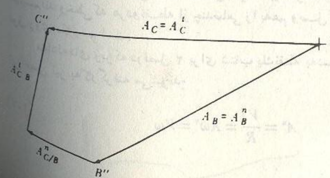
در مکانیسم لغزنده ـ لنگ شکل ۱.۷، روش یافتن شتابهای یك مکانیسم به‌نمایش گذاشته شده است. لنگ دارای سرعت زاویه‌ای ثابت ۱۸۰۰r/min است. شتاب نقطهٔ C را باید به‌دست آورد.



شکل ۱.۷



شکل ۲.۷



شکل ۳.۷

ابتدا باید سرعتها را تعیین کرد؛ پس

$$V_B = (O_۲B)\omega_۲ = \frac{۲/۵}{۱۲} \times \frac{۱۸۰۰ \times ۲\pi}{۶۰} = ۳۹/۳\ \text{ft/s}$$

$$\overline{V}_C = V_B \longrightarrow \overline{V}_{C/B}$$

چندضلعی سرعت درشکل ۲.۷ رسم شده است. مقیاس ۱in = ۲۰ft/s برای شکل اصلی به‌کار رفته است. $V_{C/B}$ با درنظر گرفتن مقیاس فوق برابر ۳۴/۴ft/s می‌شود.

شتاب C را می‌توان ازمعادلهٔ زیر به‌دست آورد:

$$A_C = A_B \longrightarrow A_{C/B}$$

این معادله را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$A^n_C \longrightarrow \overline{A}^t_C = A^n_B \longrightarrow A^t_B \longrightarrow A^n_{C/B} \longrightarrow \overline{A}^t_{C/B} \qquad (۵.۷)$$

معادلهٔ بالا، با رسم چندضلعی شتاب که در شکل ۳.۷ آمده است، به‌صورت ترسیمی قابل حل است. نقطهٔ $O''_۲$، قطب‌شتاب، را درهرنقطهٔ مناسب کاغذ می‌توان درنظر گرفت. مقیاس ۱in = ۲۰۰۰ft/s^۲ برای شکل اصلی درنظر گرفته شده است. چون مسیر حرکت برای نقطهٔ C خطراست است، بنابراین

$$A^n_C = \frac{V^۲}{R} = \frac{V^۲_C}{\infty} = ۰$$

A^t_C ازنقطهٔ $O''_۲$ در امتداد مسیر حرکت C رسم شده و اندازهٔ آن مجهول است. خط‌فاصلهٔ بالای A^t_C درمعادلهٔ (۵.۷)، مجهول بودن اندازهٔ آن را نشان می‌دهد. A^t_C درجهت‌مماس بر مسیر حرکت نقطهٔ C بوده وعلامت تیك نیز مبین معلوم بودن راستای آن است. جمع بردارهایی‌که درطرف راست معادلهٔ فوق قرار دارند با رسم آنها وشروع از نقطهٔ قطب $O''_۲$ انجام می‌پذیرد. نقطهٔ B روی مسیر دایره‌ای حرکت می کند، بنابراین شتاب عمودی آن موازی $O_۲B$ رسم می‌شود.

$$A^n_B = \frac{V^۲_B}{O_۲B} = \frac{(۳۹/۳)^۲}{۲/۵/۱۲} = ۷۴۰۰\text{ft/s}^۲$$

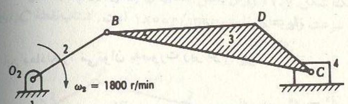
چون $\omega_۲$ ثابت است، پس $\alpha_۲ = ۰$ است و

$$A^t_B = (O_۲B)\alpha_۲ = (O_۲B)۰ = ۰$$

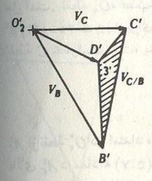
$A^n_{C/B}$ و $A^t_{C/B}$ شتابهای نسبی‌اند و برای تعیین راستای آنها باید مسیر حرکت C نسبت به B را درنظربگیریم. نقطهٔ C روی‌مسیر دایره‌ای به‌شعاع BC حول نقطهٔ B می‌چرخد، و $A^n_{C/B}$ و $A^t_{C/B}$ به‌ترتیب درجهت عمود ومماس براین مسیرند.

$$A^n_{C/B}=\frac{V^۲_{C/B}}{BC}=\frac{(۳۴٫۴)^۲}{۶/۱۲}=۲۳۶۰\,\mathrm{ft/s}^۲$$

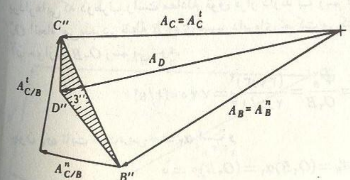
$A^n_{C/B}$ به‌موازات BC رسم می‌شود. ازنوك $A^n_{C/B}$ نیز خطی عمود بر BC رسم شده است. محل تلاقی این‌خط با خط افقی رسم شده از $O''_۲$، اندازهٔ A^t_C و $A^t_{C/B}$ را مشخص‌می‌کند.



شکل ۴.۷



شکل ۵.۷



شکل ۶.۷

۳.۷ تصویر شتاب

برای هر میله در هر مکانیسم، تصویری در چندضلعی شتاب وجود دارد، همان گونه که برای هرمیله در چندضلعی سرعت تصویری وجود دارد. فرض‌کنید B و C دونقطه از یك میله باشند. بنابراین

$$A_{B/C}=A^n_{B/C}\longrightarrow A^t_{B/C}$$

اندازهٔ شتاب نسبی برابر است با

$$\begin{aligned}A_{B/C}&=\sqrt{(A^n_{3/C})^۲+(A^t_{B/C})^۲}\\&=\sqrt{[(BC)\omega^۲]^۲+[(BC)\alpha]^۲}\\&=BC\sqrt{\omega^۴+\alpha^۲}\end{aligned}$$

که ω و α ازخصوصیات کلی میله‌اند و به‌نقطهٔ خاصی مربوط نمی‌شوند. بنابراین معادلهٔ اخیر نشان می‌دهد که شتاب‌نسبی متناسب بافاصلهٔ بین‌دونقطه‌است. این‌مطلب کار رابرای رسم چندضلعی شتاب ساده می کند زیرا اندازهٔ بردارهای شتاب نسبی برای تمام نقاط‌روی یك میله متناسب با فواصل بین آن نقاط است. یعنی نقاط روی چندضلعی شتاب تصویری مطابق نقاط روی مکانیسم به‌وجود می‌آورند. مثلاً درشکل ۴.۷، مکانیسم شکل ۱.۷ دوباره رسم شده است با این تفاوت‌که میلهٔ ۳ شامل نقطهٔ D نیز هست. چندضلعی سرعت درشکل ۵.۷، و چندضلعی‌شتاب درشکل ۶.۷ نشان داده شده است، ونقطهٔ D'' باتصویر کردن BCD ازشکل ۴.۷ به‌صورت $B''C''D''$ به‌دست می‌آید. داریم:

$$\frac{B''C''}{BC}=\frac{B''D''}{BD}=\frac{C''D''}{CD}$$

که بردار B'' به C'' معرف شتاب نقطهٔ C نسبت به نقطهٔ B و بردار C'' به B'' بیانگر شتاب نقطهٔ B نسبت به C است. هنگام رسم تصویر شتاب، باید دقت‌کردکه اگر B و C و D به‌ترتیب درجهت گردش عقربه‌های ساعت روی میله قرار گرفته‌اند. B'' ، C'' و D'' نیز به‌همان‌ترتیب قرارگرفته باشند چون درشکل ۴.۷ نقاط B، C و D روی میلهٔ ۳ در خلاف‌جهت گردش عقربه‌های ساعت قرار دارند، پس B''، C'' و D'' نیز در همان جهت واقع خواهند شد.

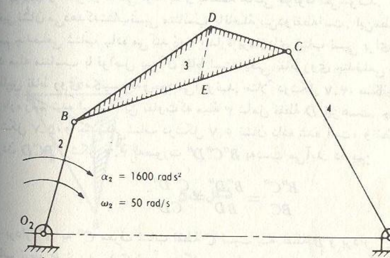
۴.۷ شتاب زاویه‌ای

شتاب زاویه‌ای میلهٔ صلب دریك‌مکانیسم برابراست با شتاب مماسی هرنقطهٔآن میله‌نسبت به‌نقطهٔ دیگری ازمیله بخش برفاصلهٔ بین آن نقاط ازیکدیگر. ازآنجاکه حرکت نسبی‌برای

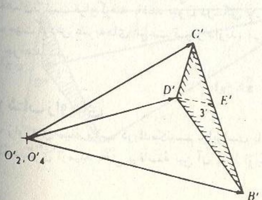
هردونقطه از یك میله فقط ازنوع دوران است، بنابراین معادلهٔ (۲.۷) را می‌توان برای محاسبهٔ شتاب زاویه‌ای به‌کار گرفت. مثلاً، درشکل ۱.۷، شتاب زاویه‌ای میلهٔ ۳ برابر است با

$$\alpha_۳ = \frac{A^t_{C/B}}{BC}$$

جهت شتاب زاویه‌ای با بررسی چندضلعی شتاب تعیین می‌شود. درشکل ۱.۷، نقطهٔ C حول نقطهٔ B می‌چرخد. بنابراین مسیرحرکت نسبی دایره‌ای به‌شعاع BC است. درشکل ۳.۷، چون جهت $A^t_{C/B}$ به‌طرف بالاست، بنابراین نقطهٔ C به‌طرف بالا، درجهت مماس‌بر مسیر حرکت نسبت به B، شتاب می گیرد. درنتیجه $\alpha_۳$ در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت خواهد بود. ازشکل ۲.۷ ملاحظه می‌شودکه سرعت زاویه‌ای میلهٔ ۳ در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت است. بنابراین سرعت زاویه‌ای میلهٔ ۳ افزایش می‌یابد.



شکل ۷.۷



شکل ۸.۷

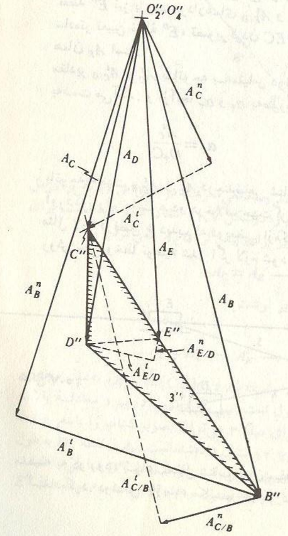
مثال ۱.۷ چهارمیله‌ای شکل ۷.۷ را درنظر بگیرید. سرعت وشتاب زاویه‌ای میلهٔ ۲ داده شده و شتاب نقاط C، D و E و شتاب زاویه‌ای میله‌های ۳ و ۴ مطلوب است.

حل چندضلعیهای سرعت وشتاب در شکل ۸.۷ و ۹.۷ رسم شده‌اند. شتاب C از معادلهٔ زیر به‌دست می آید:

$$A_C = A_B \longrightarrow A_{C/B}$$

که آن‌را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$A^n_C \longrightarrow \bar{A}^t_C = A^n_B \longrightarrow A^t_B \longrightarrow A^n_{C/B} \longrightarrow \bar{A}^t_{C/B} \qquad (۶.۷)$$



شکل ۹.۷

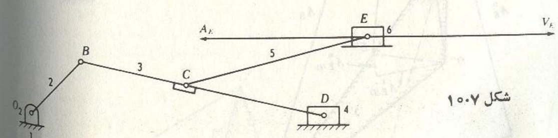
مقدار A_C^n ازمقدار V_C به‌دست‌آمده از چندضلعی سرعت، قابل محاسبه است‌ومطابق شکل ۹.۷ مقدار آن ازقطب O_4'' رسم می‌شود. به‌علت مجهول بودن α_4، اندازهٔ $A_C^t=(O_4C)\alpha_4$ نیز مجهول است، اما امتداد A_C^t به‌صورت خط‌چین ازنوك A_C^n و عمود برآن رسم می‌شود. اکنون بردارهای طرف راست معادلهٔ (۶.۷) از قطب O_2'' رسم می‌شوند. اندازهٔ A_B^n و A_B^t از اطلاعات داده شده برای حرکت میلهٔ ۲ قابل محاسبه است. جمع‌برداری‌آنها A_B است‌که به‌وسیلهٔ $O_2''B''$ ارائه شده است. $A_{C/B}^n$ از B'' رسم می‌شود و اندازهٔ آن مساوی $V_{C/B}^2/BC$ است. مقدار $V_{C/B}$ نیز از چندضلعی سرعت به‌دست آمده است. عمودی‌که از نوك $A_{C/B}^n$ رسم شده باشد مبین‌امتداد $A_{C/B}^t$ است. محل تلاقی این‌خط با امتداد خط A_C^t، نقطهٔ C'' رامشخص می‌کند. سپس $O_4''C''$که همان A_C است به‌دست می‌آید. نقطهٔ D'' باتصویرکردن BCD به‌صورت $B''C''D''$ تعیین می‌شود. بردار $O_2''D''$ بیانگر A_D است. نقطهٔ E'' نیز با رسم بردارهای $A_{E/D}^t$ و $A_{E/D}^n$ ازنقطهٔ D'' به دست می‌آید. راه ساده‌تر تعیین نقطهٔ E''، تصویرکردن BEC به‌صورت $B''E''C''$ است. $O_2''E''$ نیز همان A_E است.

مقادیر $A_{C/B}^t$ و A_C^t باتوجه به‌مقیاس درنظرگرفته شده برای چندضلعی شتاب، به‌دست می‌آیند. و ازآنجا α_3 و α_4 به‌صورت زیر قابل محاسبه‌اند:

$$\alpha_3=\frac{A_{C/B}^t}{BC} \qquad \alpha_4=\frac{A_C^t}{O_4C}$$

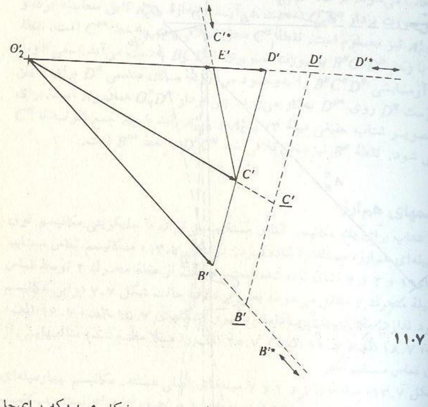
باتوجه به‌جهت $A_{C/B}^t$ و A_C^t درچندضلعی شتاب می‌توان جهت α_3 و α_4 را به‌دست آوردکه دراین‌حالت هردو درخلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت‌اند.

مثال ۲.۷ درفصل ۶ دیدیم‌که دربعضی ازمکانیسمها برای رسم چندضلعی سرعت، روش سعی وخطا توصیه شد. اگر لازم شودکه این روش برای تحلیل سرعت یك



شکل ۱۰.۷

میله به‌کار رود، برای تحلیل شتاب همان میله نیز لازم است از شیوهٔ مذکور استفاده‌کرد. درشکل ۱۰.۷، مکانیسم ۱۷.۶ دوباره رسم شده است. فرض‌کنید



شکل ۱۱.۷

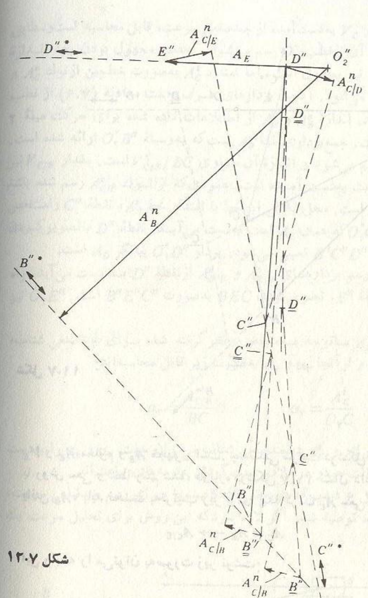
V_E و A_E معلوم و A_B مجهول است. چندضلعی سرعت درشکل ۱۸.۶ که برای‌حل با روش سعی و خطا رسم شده، دوباره درشکل ۱۱.۷ نشان داده شده است. برای یافتن A_B، باید نخست به‌ترتیب زیر برای پیدا کردن A_C سعی‌کرد:

$$A_C=A_E \longrightarrow A_{C/E}$$

این رابطه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$A_C=A_E^n \longrightarrow A_E^t \longrightarrow A_{C/E}^n \longrightarrow \bar{A}_{C/E}^t$$

اندازه و راستای A_Cمجهول‌است. $A_E^t=A_E$ و $A_{C/E}^t=(CE)\alpha_5$، به‌علت مجهول بودن α_5 اندازهٔ $A_{C/E}^t$ نیز مجهول است. پس سه مجهول داریم و معادلهٔ بالا به تنهایی غیرقابل حل است. اما برای میلهٔ ۳ می‌توان تصویر شتاب را باسعی وخطا پیداکرد. چندضلعی‌شتاب درشکل۱۲.۷ نشان داده‌شده‌است. A_E ازنقطه O_2'' به‌طول $O_2''E''$ رسم می‌شود. تنها راستای A_D معلوم است‌که باخط D''^* نمایش داده شده است. اندازهٔ $A_{C/E}^n$ ازنتایج حاصل از چندضلعی سرعت قابل محاسبه بوده و از E''



شکل ۱۲.۷

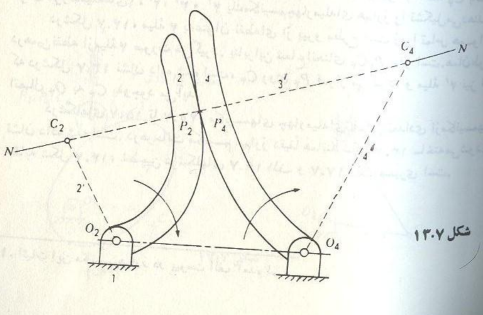
به‌موازات CE رسم شده است. ازنوك $A^n_{C/E}$، خط C''^{*} عمود بر CE رسم‌می‌شود و نمایانگر جهت $A^t_{C/E}$ است. بنابراین C'' روی خط فوق قرار دارد. اندازهٔ A^n_B نیز از نتایج حاصل از چندضلعی سرعت قابل‌محاسبه است. A^n_B از قطب O''_2 به‌موازات O_2B رسم می‌شود. ازنوك A^n_B خط B''^{*} عمود بر A^n_B رسم شده وبیانگر راستای A^t_B است. بنابراین نقطهٔ B'' نیز روی خط B''^{*} قرار دارد.
همان‌گونه‌که ازشکل ۱۲.۷ مشخص است، نقطهٔ آزمایشی به‌عنوان B'' در امتداد

B''^{*} انتخاب می‌شود. برای‌یافتن نقطهٔ C''، باید $A^n_{C/B}$ و $A^t_{C/B}$ را با A_B جمع‌کرد که دراین‌صورت بردار O''_2B'' به‌دست می‌آید. اندازهٔ $A^n_{C/B}$ قابل محاسبه بوده و جهت $A^t_{C/B}$ نیز معلوم است. نقطهٔ C'' محل تلاقی $A^t_{C/B}$ با خط C''^{*} است، نقطهٔ D'' نیز با رسم $B''C''D''$ به‌صورت تصویری از BCD به‌دست می‌آید. سعی دوم، تصویر آزمایشی $B''C''D''$ را به‌وجود می‌آورد. مکان هندسی D'' برای تعیین محل درست D'' روی D''^{*} به‌کار می‌رود. پس بردار O''_2D'' همان A_D است. برای یافتن تصویر شتاب حقیقی میلهٔ ۳، $A^n_{C/D}$ و $A^t_{C/D}$ باید با A_D جمع شوند تا C'' مشخص شود. نقطهٔ B'' نیز محل تلاقی خط $D''C''$ با خط B''^{*} است.

۵.۷ مکانیسمهای هم‌ارز

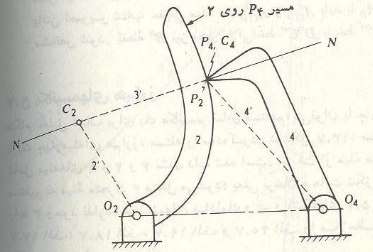
هنگام تحلیل شتاب برای یك مکانیسم تماس مستقیم، می‌توان با جایگزینی مکانیسم فوق با یك چهارمیله‌ای هم‌ارز، مسئله را ساده‌کرد. درشکل ۱۳.۷، مکانیسم تماس مستقیم شامل میله‌های ۱ و ۲ و ۴ نشان داده شده است. حرکت از میلهٔ محرك ۲ توسط تماس مستقیم به میلهٔ متحرك ۴ منتقل می‌شود؛ یعنی برخلاف حالت شکل ۷.۷ دراین مکانیسم رابط ۳ وجود ندارد. مکانیسمهای بادامك و پیرو (شکلهای ۱۵.۷ الف، ۱۶.۷ الف، ۱۷.۷ الف، ۱۸.۷ الف، ۱۹.۷ الف و ۲۰.۷ الف را ملاحظه‌کنید) مثالهایی از مکانیسمهای تماس مستقیم‌اند.

درشکل ۱۳.۷، میله‌های ۱ و ۲ و ۴ میله‌های اصلی هستند. مکانیسم چهارمیله‌ای هم‌ارز با خط‌چین نشان داده شده وشامل میله‌های ۱ و ′۲ و ′۳ و ′۴ است.



شکل ۱۳.۷

چهارمیله‌ای هم‌ارز مـکانیسمی است که درآن سرعت و شتاب زاویـه‌ای میلهٔ محرك ′۲ و میلهٔ متحرك ′۴ بـاسرعت وشتاب زاویـه‌ای میله‌های ۲ و ۴ در لحظهٔ فوق برابر است. خط N-N درشکل ۱۳.۷ بر پروفیلها عمود است. نقاط $C_۲$ و $C_۴$ به‌ترتیب مراکزانحنای اجسام ۲ و ۴ در نقطهٔ تماس آنها یعنی $P_۲$ و $P_۴$ هستند. اگـر مفصل اتصال میلـه‌های



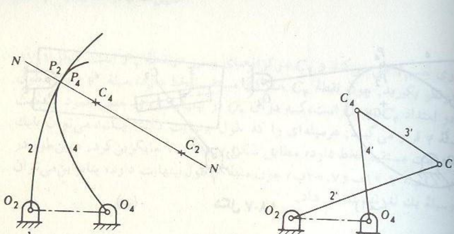
شکل ۱۴.۷

′۲ و ′۳ درنقطهٔ $C_۲$ قرار گیرد ومفصل اتصال میله‌هـای ′۳ و ′۴ نیز در نقطهٔ $C_۴$ باشد، درآن‌صورت‌میله‌های۱، ′۲، ′۳ و ′۴ یك‌مکانیسم‌چهارمیله‌ای هم‌ارز را تشکیل‌می‌دهند.[1]

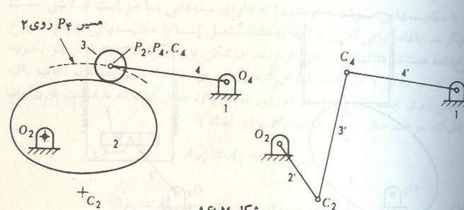
درشکل ۱۴.۷، میلهٔ ۴ به‌عنوان نقطه‌ای از پیرو مطرح است زیرا تماس همـواره درهمین‌نقطه ازمیلهٔ۴ صورت می گیرد. بنابراین شعاع انحنای $P_۴C_۴$ صفر است. همان‌طور که درشکل ۱۳.۷ نشان داده شده است، $C_۴$ روی $P_۴$ قـرار می گیرد، و میلهٔ ′۴ نیز از اتصال $O_۴$ به $C_۴$ به‌وجود می‌آید.

درشکلهای ۱۵.۷ تا ۲۰.۷، مکانیسمهای چهارمیله‌ای هم‌ارز تعدادی ازمکانیسمها نشان داده شده است. درهرحالت مکانیسم هم‌ارز دقیقاً همانند شکل ۱۳.۷ ساخته‌می‌شود. مشابه شکل ۱۴.۷، خطچین درشکلهای ۱۶.۷ الف و ۱۷.۷ الف مسیری است.

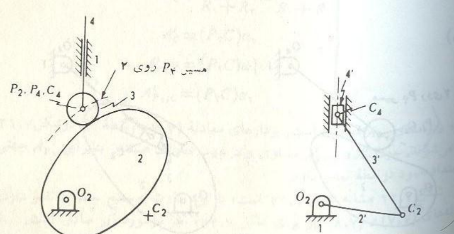
۱. اثبات این مکانیسم هم‌ارز در پیوست الف آمده است.



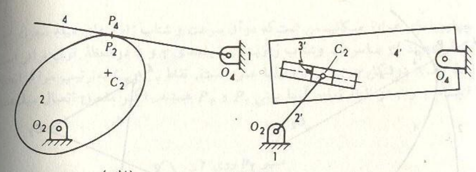
(الف) **شکل ۱۵.۷** (ب)



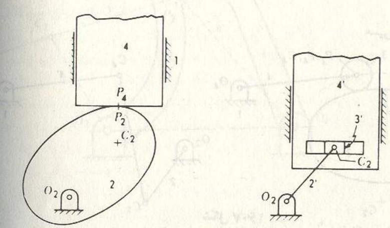
(الف) **شکل ۱۶.۷** (ب)



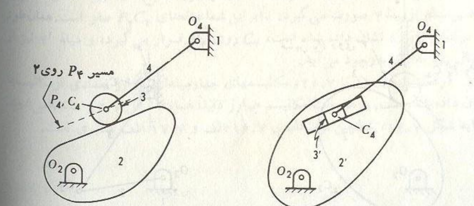
(الف) **شکل ۱۷.۷** (ب)



(الف) شکل ۱۸.۷ (ب)



(الف) شکل ۱۹.۷ (b)



(a) شکل ۲۰.۷ (ب)

که $P_۴$ روی جسم ۲ طی می‌کند و $C_۲$ مرکزانحنای مسیر درنقطهٔ $P_۲$ است. شکل ۱۷.۷ الف را درنظر بگیرید. چون نقطهٔ $C_۴$ حرکت مستقیم‌الخط دارد، میلهٔ ′۴ دارای طول بینهایت در امتداد $C_۴$ به $O_۴$ است، که درآن $O_۴$ در بینهایت روی خطی عمود بر جهت حرکت میلهٔ ۴ قرار می گیرد. هرمیله‌ای را که طول بینهایت داشته باشد می‌توان بایک لغزنده‌که حرکت مستقیم‌الخط دارد، مطابق شکل ۱۷.۷ ب، جایگزین کرد. همین‌طور در شکلهای ۱۸.۷ب، ۱۹.۷ب و ۲۰.۷ب، چون میلهٔ ′۳ طول‌بینهایت دارد، بنابراین‌می‌توان آن‌را به‌وسیلهٔ یك لغزنده نمایش داد.

۶.۷ شتاب عضوها درتماس غلتشی

اغلب با مکانیسمهایی مواجه می‌شویم که دارای میله‌هایی با حرکت غلتشی نسبت به‌یکدیگرند. بادامکهایی که پیرو آنها به‌غلتك متصل است یا مکانیسمهایی که دارای‌چرخ یا چرخ‌دنده هستند. مثالهایی از این نوع‌اند. درشکل ۲۱.۷، دیسك ۲ را درنظر بگیرید که روی جسم ساکن ۱ می غلتد. فرض کنید $\omega_۲$ و $\alpha_۲$ معلوم‌اند و می‌خواهیم شتاب $P_۲$، نقطهٔ ثابتی روی جسم۲، را به‌دست آوریم. نقطهٔ $P_۲$، همان گونه که درقسمت ۵.۶ بیان شد، دارای سرعت صفر است. شتاب $P_۲$ برابر است با

$$A_{P_۲} = A_C \longrightarrow A_{P_۲/C}$$

$$A_{P_۲} = A_C^n \longrightarrow A_C^t \longrightarrow A_{P_۲/C}^n \longrightarrow A_{P_۲/C}^t \qquad (۷.۷)$$

که درآن

$$\left.\begin{aligned} A_C^n &= \frac{V_C^۲}{R_۱+R_۲} = \frac{(R_۲\omega_۲)^۲}{R_۱+R_۲} \\ A_C^t &= (P_۲C)\alpha_۲ \\ A_{P_۲/C}^n &= (P_۲C)\omega_۲^۲ \\ A_{P_۲/C}^t &= (P_۲C)\alpha_۲ \end{aligned}\right\} \qquad (۸.۷)$$

اندازه و راستای $A_{P_۲}$ مجهول است. بردارهای معادلهٔ (۷.۷) ازنقطهٔ O'' درشکل ۲۱.۷ رسم می‌شوند. چون A_C^t و $A_{P_۲/C}^t$ مساوی و درجهت مخالف هستند. بنابراین $A_{P_۲}$ جهتی در امتداد عمود درنقطهٔ تماس دارد.

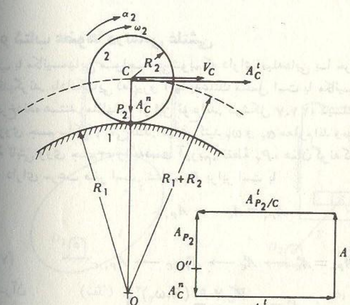
شکل ۲۲.۷ مشابه شکل ۲۱.۷ است، با این تفاوت که سطح جسم ۱ تقعر دارد. معادله‌های (۷.۷) و (۸.۷) نیز برای شکل ۲۲.۷، بجز درمورد زیر صادق است.

$$A_C^n = \frac{V_C^۲}{R_۱-R_۲}$$

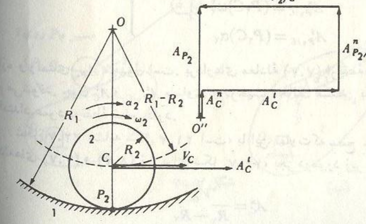
با بررسی چندضلعی شتاب درشکل ۲۲.۷ متوجه می‌شویم که A_{P_2} امتدادی در راستای عمود درنقطهٔ تماس دارد زیرا A_C^t و $A_{P_2/C}^t$ مساوی و درخلاف جهت یکدیگرند.

اگر درشکلهای ۲۱.۷ و ۲۲.۷ جسم ۱ یک‌سطح صاف باشد، درآن‌صورت R_1 بینهایت می‌شود وخواهیم داشت:

$$A_C^n = \frac{V_C^2}{\infty} = 0$$



شکل ۲۱.۷



شکل ۲۲.۷

به‌علاوه اگر یك یا هردو جسم غیر دایره باشند ولی در راستای طولشان تغییرانحنا وجود داشته باشد. درآن‌صورت R_1 و R_2 درمعادله‌های (۸.۷) بـه‌صورت شعاعهای انحنا در نقطهٔ تماس درنظرگرفته خواهند شد.

۷.۷ شتاب کریولیس

هرگاه نقطه‌ای از یك جسم در امتداد مسیری روی جسم دوم حرکت‌کند. و درصورتی‌که جسم دوم درحال دوران باشد، آن‌گاه شتاب نقطهٔ جسم اول نسبت به‌نقطهٔ منطبق برآن از جسم دوم دارای یك مؤلفهٔ کریولیس خواهد بود.

درشکل ۲۳.۷، P_3 نقطه‌ای است روی لغزندهٔ ۳که درامتداد مسیر OF درجسم۲ حرکت می‌کند. P_2 نیز نقطه‌ای ثـابت روی مسیر است و در لحظهٔ فوق P_2 و P_3 برهم منطبق‌اند. سرعت زاویـه‌ای جسم ۲ و درنتیجه سرعت زاویـه‌ای مسیر برابر ω_2 است. مسیر فوق دوباره درشکل ۲۴.۷ رسم شده است، کـه درآن V_{P_3/P_2} سرعت P_3 نسبت به P_2 است. درمدت زمان dt، خط OF به‌انـدازهٔ $d\theta$ چرخیده و به‌موقعیت OF' می‌رسد. در طول این‌مدت، P_2 از P_2 به P'_2 حـرکت می‌کند. نقطهٔ P_3 نیز از P_3 به P'_3 حرکت می‌کند و این جابجایی را می‌توان به‌صورت مجموع جابجاییهای $P_2P'_2$ و P'_2B و BP'_3 درنظرگرفت. جابجایی $P_2P'_2$ باسرعت ثابت صورت می‌گیرد، زیرا OP_2 و ω_2 ثابت‌اند. همچنین P'_2B نیز به‌علت ثابت بودن V_{P_3/P_2} باسرعت ثابت حرکت می‌کند. البته نشان داده خواهد شدکه جابجایی BP'_3 حاصل وجود شتابی دراین راستاست.

$$\text{Arc } BP'_3 = (P'_2B)d\theta$$

اما

$$P'_2B = V_{P_3/P_2}dt \quad \text{و} \quad d\theta = \omega_2 dt$$

پس

$$BP'_3 = V_{P_3/P_2}\omega_2(dt)^2 \tag{۹.۷}$$

سرعت P_3 در راستای عمود بر خط OF برابر $(OP_3)\omega_2$ است. چـون ω_2 ثابت است و OP_3 با آهنگ ثابتی افـزایش می‌یابد، بنابراین سرعت P_3 که برخط OF عمود است نیز با آهنگ ثابتی افزایش می‌یابد. پس شتاب P_3 در راستای عمود بر OF ثابت است. برای جابجایی با شتاب ثابت داریم:

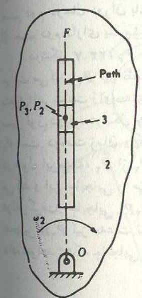
$$ds = \frac{1}{2}A(dt)^2$$

یا

$$BP'_3=\frac{1}{2}A(dt)^2 \qquad (10.7)$$

حال ازمعادله‌های (۹.۷) و (۱۰.۷) داریم.

$$V_{P_3/P_2}\omega_2(dt)^2=\frac{1}{2}A(dt)^2$$



شکل ۲۳.۷

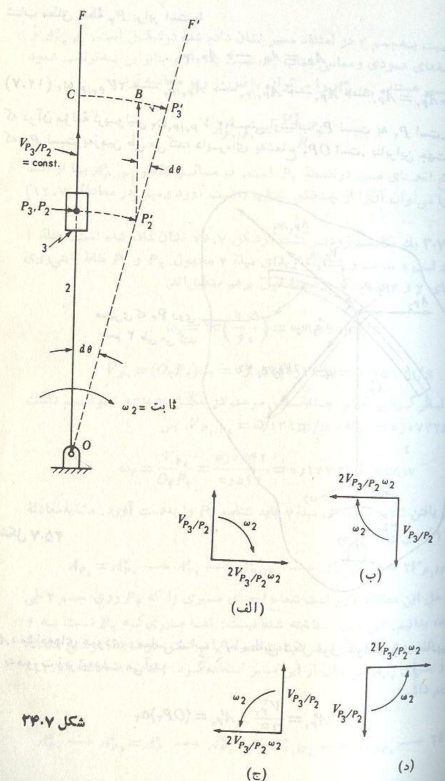
$$A=2V_{P_3/P_2}\omega_2 \qquad (11.7)$$

که مؤلفهٔ‌کریولیس شتاب نقطهٔ P_3 نامیده شده و توسط یك ریاضیدان فرانسوی به همین نام درقرن نوزدهم کشف شده است.

درشکل ۲۴.۷ الف، رابطهٔ بین V_{P_3/P_2}، ω_2 و $2V_{P_3/P_2}\omega_2$ برای شکل ۲۴.۷ نشان داده شده است. شکل ۲۴.۷ ج یا ۲۴.۷ د برای حالتی که جهت ω_2 معکوس‌شود، رسم شده است. قاعدهٔ کار به‌این‌صورت است: شتاب کریولیس درجهت V_{P_3/P_2} است وقتی که آن را به‌اندازهٔ 90° درجهت سرعت زاویه‌ای مسیر بچرخانیم.

ازمعادلهٔ(۱۱.۷) درمی‌یابیم که‌اگر V_{P_3/P_2} یا ω_2 یا هر دو صفرباشند درآن‌صورت مؤلفهٔ شتاب کریولیس وجود نخواهد داشت.

حالت عمومی حرکت نسبی دو جسم دریك صفحه در شکل ۲۵.۷ آمده است. P_2 نقطه‌ای ثابت از جسم ۲ و P_3 نقطه‌ای از جسم ۳ است که نسبت به ۲حرکت می‌کند.



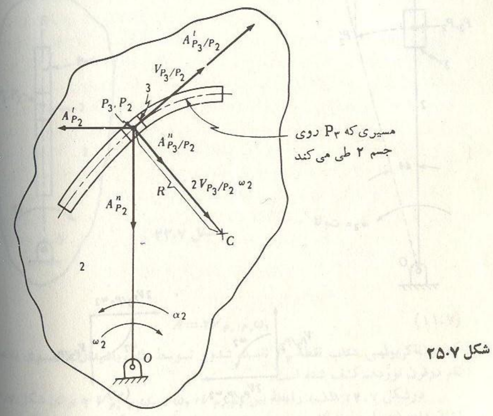
شکل ۲۴.۷

شتاب مطلق نقطهٔ P_3 برابر است با

$$A_{P_3} = A_{P_2} \rightarrow A_{P_3/P_2}$$

$$A^n_{P_3} \rightarrow A^t_{P_3} = A^n_{P_2} \rightarrow A^t_{P_2} \rightarrow A^n_{P_3/P_2} \rightarrow A^t_{P_3/P_2} \rightarrow 2V_{P_3/P_2}\omega_2 \qquad (12.7)$$

که درآن مؤلفهٔ کریولیس $2V_{P_3/P_2}\omega_2$ قسمتی ازشتاب P_3 نسبت به P_2 است. مسیری که P_2 نسبت به‌زمین طی می‌کند، دایره‌ای به‌شعاع OP_2 است. بنابراین جهت $A^n_{P_2}$ و



شکل ۲۵.۷

$A^t_{P_2}$، مؤلفه‌های عمودی ومماسی شتاب P_2، مطابق شکل فوق خواهد بود. مقادیرآنها نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$A^n_{P_2} = \frac{V^2_{P_2}}{OP_2} \text{ و } A^t_{P_2} = (OP_2)\alpha_2$$

حرکت P_3 نسبت به‌جسم ۲ در امتداد مسیر نشان داده شده درشکل است. $A^n_{P_3/P_2}$ و $A^t_{P_3/P_2}$ مؤلفه‌های عمودی ومماسی شتاب P_3 نسبت به P_2 و بنابراین به‌ترتیب عمود و مماس بر مسیر هستند. $A^n_{P_3/P_2}$ را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد

$$A^n_{P_3/P_2} = \frac{V^2_{P_3/P_2}}{R}$$

که R شعاع انحنای مسیر درنقطهٔ P_2 است. در مسائل مقدار $A^t_{P_3/P_2}$ یا از ابتدا معلوم است یا می‌توان آن‌را از چندضلعی شتاب به‌دست آورد وسپس در معادلهٔ (۱۲.۷) قرار داد.

مثال ۳.۷ یك مکانیسم زودبرگشت درشکل ۲۶.۷ نشان داده شده است. میلهٔ ۲ محرك است و سرعت و شتاب زاویه‌ای میلهٔ ۴ مجهول. P_2 و P_4 نقاط ثابتی‌روی میله‌های ۲ و ۴ هستندکه درلحظهٔ فوق برهم منطبق‌اند.

$$\omega_2 = 2\pi\left(\frac{9.5}{60}\right) = 0.995 \text{ rad/s}$$

$$V_{P_2} = (O_2P_2)\omega_2 = 0.152(0.995) = 0.151 \text{ m/s}$$

بادرنظرگرفتن مقیاس چندضلعی سرعت در شکل ۲۷.۷، خواهیم داشت $V_{P_4} = 0.0742 \text{ m/s}$ و $V_{P_4/P_2} = 0.131 \text{ m/s}$. پس

$$\omega_4 = \frac{V_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{0.0742}{0.514} = 0.144 \text{ rad/s ccw}$$

پیش‌از یافتن شتاب زاویه‌ای میلهٔ۴ باید شتاب P_4 را به‌دست آورد. مشابه‌معادلهٔ (۱۲.۷)، می‌توان نوشت

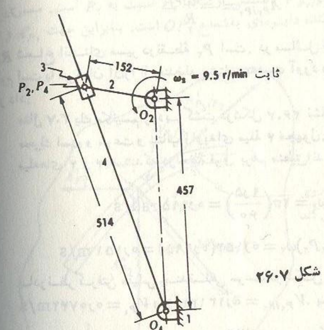
$$A_{P_4} = A^n_{P_2} \rightarrow A^t_{P_2} \rightarrow A^n_{P_4/P_2} \rightarrow A^t_{P_4/P_2} \rightarrow 2V_{P_4/P_2}\omega_2$$

برای حل این معادله لازم است شعاع انحنای مسیری را که P_4 روی جسم ۲ طی می‌کند، بدانیم. این مسیر شناخته شده نیست. اما مسیری‌که P_2 نسبت به ۴ طی‌می‌کند روی یك خط‌راست در امتدادمیله واقع است. درصورت نوشتن معادلهٔ مذکور برای A_{P_2} می‌توان از این مسیر استفاده کرد. مشابه معادلهٔ (۱۲.۷) خواهیم داشت.

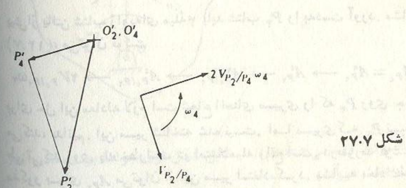
$$A^n_{P_2} \rightarrow A^t_{P_2} = A^n_{P_4} \rightarrow A^t_{P_4} \rightarrow A^n_{P_2/P_4} \rightarrow A^t_{P_2/P_4} \rightarrow 2V_{P_2/P_4}\omega_4 \qquad (13.7)$$

که درآن

$$A^n_{P_2}=\frac{V^2_{P_2}}{O_2P_2}=\frac{(۰٫۱۵۱)^2}{۰٫۱۵۲}=۰٫۱۵۰\,m/s^2$$



شکل ۲۶.۷



شکل ۲۷.۷

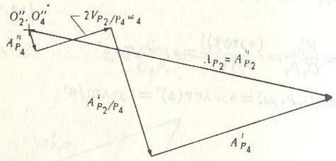
وچون $\alpha_2=۰$، پس $A^t_{P_2}=۰$

$$A^n_{P_4}=\frac{V^2_{P_4}}{O_4P_4}=\frac{۰٫۰۷۴۲}{۰٫۵۱۴}=۰٫۰۱۰۷\,m/s^2$$

$$A^t_{P_4}=(O_4P_4)\alpha_4$$

که درآن α_4 مجهول است.

$$A^n_{P_2/P_4}=\frac{(V_{P_2/P_4})^2}{R}=\frac{(۰٫۱۳۱)^2}{\infty}=۰$$



شکل ۲۸.۷

$A^t_{P_2/P_4}$ نیز مجهول است و

$$2V_{P_2/P_4}\omega_4=2(۰٫۱۳۱)۰٫۱۴۴=۰٫۰۳۷۷\,m/s^2$$

بنابراین اندازه‌های $A^t_{P_4}$ و $A^t_{P_2/P_4}$ تنها مجهولهای معادلهٔ (۱۳.۷) هستند. این مقادیر بارسم چندضلعی شتاب، که در شکل ۲۸.۷ آمده است، به‌دست می‌آیند. از آنجا مقدار $A^t_{P_4}$، باتوجه به‌مقیاس، برابر $۰٫۰۹۲۱\,m/s^2$ می‌شود و درنتیجه

$$\alpha_4=\frac{A^t_{P_4}}{O_4P_4}=\frac{۰٫۰۹۲۱}{۰٫۵۱۴}=۰٫۱۷۹\,rad/s^2$$

مثال ۴.۷ بادامکی با پیرو نوسانی درشکل ۲۹.۷ نشان داده شده است، که در آن سرعت وشتاب زاویه‌ای بادامك معلوم وشتاب زاویه‌ای میلهٔ ۴ مطلوب است. فرض‌کنید P_2 و P_4 نقاطی روی میله‌های ۲ و ۴ باشندکه درلحظهٔ فوق برهم منطبق‌اند. P_4 محور غلتك است و مسیری‌که نسبت به ۲ طی می‌کند درشکل رسم شده‌است. شعاع انحنای مسیر برابر۱۳۸mm ومساوی مجموع شعاع‌بادامك وشعاع غلتك است. C مرکز انحنای بادامك است. داریم

$$V_{P_2}=(O_2P_2)\omega_2=(۰٫۰۸۳۳)۵=۰٫۴۱۷\,m/s$$

چندضلعی‌سرعت درشکل ۳۰.۷ نشان داده شده است. V_{P_4} باتوجه به‌مقیاس، برابر ۰٫۲۱۳ m/s می‌شود و V_{P_4/P_2} نیز مساوی ۰٫۵۳۳m/s خواهد شد. پس

$$\omega_4=\frac{V_{P_4}}{O_4P_4}=\frac{0.213}{0.191}=1.12\,\mathrm{rad/s\,cw}$$

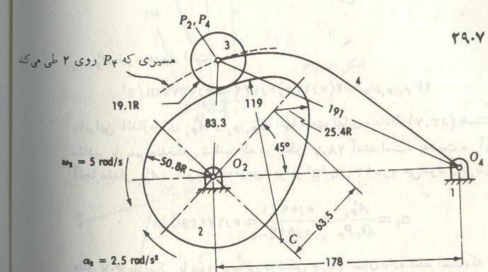
برای یافتن شتاب زاویه‌ای میلهٔ ۴ باید شتاب P_4 را بیابیم. پس

$$A^n_{P_4} \longrightarrow \overline{A}^t_{P_4}=A^n_{P_2} \longrightarrow A^t_{P_2} \longrightarrow A^n_{P_4/P_2} \longrightarrow \overline{A}^t_{P_4/P_2} \longrightarrow 2V_{P_4/P_2}\omega_2 \qquad (14.7)$$

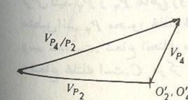
که در آن

$$A^n_{P_4}=\frac{V^2_{P_4}}{O_4P_4}=\frac{(0.213)^2}{0.191}=0.238\,\mathrm{m/s^2}$$

$$A^n_{P_2}=(O_2P_2)\omega_2^2=0.0833(5)^2=2.08\,\mathrm{m/s^2}$$



شکل ۲۹.۷



شکل ۳۰.۷

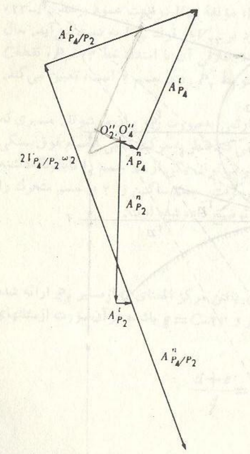
$$A^t_{P_2}=(O_2P_2)\alpha_2=0.0833(2.5)=0.208\,\mathrm{m/s^2}$$

$$A^n_{P_4/P_2}=\frac{V^2_{P_4/P_2}}{CP_2}=\frac{(0.533)^2}{0.138}=2.06\,\mathrm{m/s^2}$$

$$2V_{P_4/P_2}\omega_2=2(0.533)5=5.33\,\mathrm{m/s^2}$$

در معادلهٔ (۱۴.۷)، فقط اندازه‌های $A^t_{P_4}$ و $A^t_{P_4/P_2}$ مجهول است. شکل ۳۱.۷ چندضلعی شتاب را نشان می‌دهد. $A^t_{P_4}$ باتوجه به‌مقیاس برابر ۱٫۹۷m/s² است. پس

$$\alpha_4=\frac{A^t_{P_4}}{O_4P_4}=\frac{1.97}{0.191}=10.3\,\mathrm{rad/s^2\,cw}$$



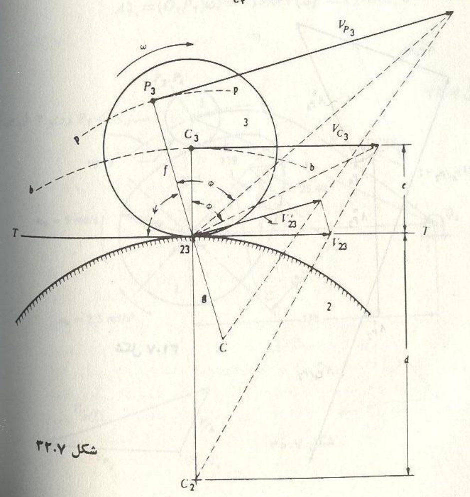
شکل ۳۱.۷

۸.۷ ساختار هارتمن

ساختار هارتمن یك روش ترسیمی است که برای یافتن مرکز انحنای مسیر طی شده توسط یك نقطه ازجسم درحال حرکت به کار می‌رود.

درشکل ۳۲.۷، اجسام ۲ و ۳ به‌شکل دایره‌اند ومراکز آنها C_2 و C_3 است. جسم ۲ ساکن است و جسم ۳ روی آن می‌غلتد. P_3 نقطه‌ای روی جسم ۳ و $P-P$ مسیری است که روی جسم ۲ طی می‌شود. مرکز انحنای C برای این مسیر باید تعیین شود. روش حل به‌صورت زیر است. چون اجسام فوق تماس غلتشی دارند، مرکزآنی دوران مشترك آنها درنقطهٔ تماس ۲۳ قرار می گیرد. نقطهٔ C_3 مسیر دایره شکل $b-b$ را حول C_2 طی می کند. V_{C_3} سرعت مرکز C_3 ناشی از دوران آن حول مرکزآنی ۲۳ باسرعت زاویه‌ای ω است که یك طول اختیاری مناسب برای آن انتخاب می‌شود. بنابراین

$$V_{C_3} = e\omega \qquad (۱۵.۷)$$



شکل ۳۲.۷

شعاع دوران C_3 که حول مرکز آنی دوران ۲۳ می‌چرخد، برابر ۲۳-C_3 است وآن را یك شعاع می‌نامند. خطی که ۲۳ را به‌نوك V_{C_3} وصل می کند، خط معیار نامیده‌می‌شود. زاویه‌ای که به وسیلهٔ شعاع C_3-۲۳ و خط معیار تشکیل می‌شود، زاویهٔ معیار ϕ برای جسم متحرك نام دارد. پس

$$V_{C_3} = e\tan\phi \qquad (۱۶.۷)$$

مرکز آنی دوران ۲۳ نقطهٔ مشترکی از اجسام ۲ و ۳ بوده وسرعت خطی‌آن درهر دو جسم یکسان و برابر صفراست. بنابراین وقتی جسم ۳ روی جسم ۲ می‌غلتد. درهرلحظه، مرکزآنی دوران جدید ۲۳ نیز برای هرنقطهٔ تماس وجود دارد. سرعت حرکت وانتشار ۲۳ در امتداد جسم ۲ نیز همان V_{23} است. اندازهٔ آن با رسم‌خطی از C_2 به‌نوك V_{C_3} تعیین می‌شود. خط P_3-۲۳ شعاع نقطهٔ P_3 است. حال از این خط، زاویهٔ ϕ را برای رسم خط معیار جدا می کنیم. V_{P_3} عمود بر P_3-۲۳ است و اندازه‌اش نیز به‌وسیلهٔ تلاقی آن با خط معیار به‌دست می‌آید، آن گاه V'_{23}، مؤلفهٔ V_{23} درجهت عمود برخط P_3-۲۳، رسم می‌شود. اندازهٔ آن نیز با رسم‌خط عمود بر V'_{23} از نوك V_{23} به دست می‌آید. حال خطی از نوك V_{P_3} به‌نوك V'_{23} کشیده می‌شود. تلاقی آن با امتداد خط ۲۳-P_3، نقطهٔ C را، که مرکز انحنای مسیر $P-P$ طی شده توسط P_3 روی جسم ۲ است، تعیین می کند. پس CP_3 شعاع انحنای مسیر فوق است.

قواعد به‌کار رفته در کاربرد ساختار هارتمن به‌صورت زیر بیان می‌شوند. مسیری که نقطه‌ای دریك جسم‌نسبت به‌جسم دیگرطی می کند فقط به‌حرکت نسبی اجسام فوق‌بستگی دارد. بنابراین‌هنگام استفاده ازساختار هارتمن‌می‌توان یکی از دو جسم را ثابت‌نگه‌داشته و حرکت جسم دیگر را نسبت به‌آن درنظر گرفت. جسم ساکن را ۲ و جسم متحرك را جسم ۳ می‌نامیم. درشکل ۳۲.۷ روش‌کار توضیح داده شده است.

۹.۷ معادلهٔ اولر-ساواری

درشکل ۳۲.۷، روش تحلیلی ساده‌ای برای یافتن مرکز انحنای C ازمسیر P_3 ارائه شده است. درشکل مذکور اگر $f=$ ۲۳-P_3 و $g=C$-۲۳ باشد، درآن‌صورت ازمثلثهای متشابه خواهیم داشت

$$\frac{d+e}{d} = \frac{V_{C_3}}{V_{23}}$$

و با جایگزینی $V_{C_۲}$ از معادلهٔ (۱۵.۷).

$$\frac{d+e}{d}=\frac{e\omega}{V_{۲۳}} \quad \text{یا} \quad \frac{d+e}{de}=\frac{\omega}{V_{۲۳}}$$

بنابراین

$$\frac{۱}{d}+\frac{۱}{e}=\frac{\omega}{V_{۲۳}} \tag{۱۷.۷}$$

شعاع نقطهٔ $P_۲$ $f=P_۲$-۲۳ وسرعت آن برابر است با

$$V_{P_۲}=f\omega$$

یا

$$V_{P_۲}=f\tan\phi \tag{۱۸.۷}$$

اگر T-T خط گذرا از ۲۳ وعمود برخط $C_۲C_۳$، و ψ زاویهٔ بین خط $P_۳$-۲۳ وخط T-T باشد، خواهیم داشت

$$V'_{۲۳}=V_{۲۳}\sin\psi \tag{۱۹.۷}$$

چون داریم $f=$ ۲۳-$P_۳$ و $g=C$-۲۳، پس

$$\frac{f+g}{g}=\frac{V_{P_۲}}{V'_{۲۳}} \tag{۲۰.۷}$$

با جایگزینی معادله‌های (۱۸.۷) و (۱۹.۷) در (۲۰.۷) داریم

$$\frac{f+g}{g}=\frac{f\omega}{V_{۲۳}\sin\psi}$$

یا

$$\frac{f+g}{fg}=\frac{\omega}{V_{۲۳}\sin\psi}$$

و

$$\left(\frac{۱}{f}+\frac{۱}{g}\right)\sin\psi=\frac{\omega}{V_{۲۳}} \tag{۲۱.۷}$$

از ترکیب معادله‌های (۱۷.۷) و (۲۱.۷) معادلهٔ زیر حاصل می‌شود که به‌آن معادلهٔ

اولر ـ ساواری می گویند،

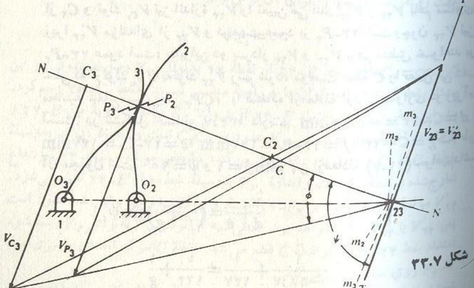
$$\frac{۱}{d}+\frac{۱}{e}=\left(\frac{۱}{f}+\frac{۱}{g}\right)\sin\psi \tag{۲۲.۷}$$

که درآن $d=C_۲$-۲۳ و $e=$ ۲۳-$C_۳$ و $f=$ ۲۳-$P_۳$ و $g=C$-۲۳ و ψ زاویه‌ای است که خط ۲۳-$P_۳$ باخط T-T، عمود بر $C_۲C_۳$، می‌سازد. بنابراین شعاع انحنای R مسیری که $P_۳$ روی جسم ۲ طی می کند برابر است با

$$R=CP_۳=f+g \tag{۲۳.۷}$$

معادله‌های (۲۲.۷) و (۲۳.۷) برای اجسامی با سطوح تماس دایره‌ای شکل به‌دست آمده است، ولی این معادله‌ها را می‌توان برای اجسام دیگری‌که سطوح تماس آنها در امتداد طولشان شعاعهای متغیر دارند نیز به کار گرفت. طولهای d و e باید به‌عنوان شعاعهای انحنای‌آنها درنقطهٔ تماس درنظر گرفته‌شود، وهرکدام از اجسام‌ممکن است مسطح یا مقعر باشند. معادله‌های (۲۲.۷) و (۲۳.۷) برای دو جسم محدب، یا یکی محدب و دیگری مسطح، برقرار است و می‌توان طبق قاعدهٔ زیر به این معادله‌ها عمومیت بخشید. هریك از طولهای داده شده در معادله‌های (۲۲.۷) و (۲۳.۷) زمانی مثبت فرض می‌شودکه، مطابق باشیوهٔ نوشتن آن در ذیل معادلهٔ (۲۲.۷)، درهمان‌جهتی امتداد یابدکه ما برای رفتن از جسم ۲ به‌جسم ۳ درنقطهٔ تماس، طی می کردیم.

مثال ۵.۷ مکانیسم شکل ۳۳.۷ را برای نمایش چگونگی کاربرد ساختار هارتمن و



شکل ۳۳.۷

معادلهٔ اولر ـ ساواری درنظر بگیرید. فرض کنید می‌خواهیم تحلیل شتاب را برای آن انجام دهیم. ساده‌ترین روش‌عبارت است از رسم چهارمیله‌ای هم‌ارز آن‌وتحلیل شتاب مربوط به‌این مکانیسم. اما اگرخواسته باشیم خود مکانیسم داده‌شده راتحلیل کنیم باید شتاب نسبی نقاط منطبق برهم، یعنی P_2 و P_3، را درنظر بگیریم، به‌همان گونه‌ای که درقسمت ۷.۷ توضیح داده شد. برای به‌دست‌آوردن شتاب عمودی P_3 نسبت به P_2، باید شعاع انحنای مسیری که P_3 به عنوان نقطه‌ای ثابت از جسم ۳ روی جسم ۲ طی می کند را به‌دست آوریم. درشکل ۳۳.۷، شعاع این مسیر P_3C است. نقاط C_2 و C_3 نیزمراکز انحنای اجسام ۲ و ۳هستند. چون نقطهٔ تماس روی‌خط O_2O_3 قرار ندارد، بنابراین اجسام فوق دارای تماس غلتشی‌اند ومرکز آنی دوران۲۳ درمحل تلاقی عمود بر C_2C_3 باخط مراکزO_2O_3 واقع است.

استفاده ازساختار هارتمن برای یافتن‌نقطهٔ C، مطابق آنچه که درشکل ۳۲.۷توضیح داده شد، صورت می گیرد. در شکل ۳۲.۷، مکانهای هندسی مراکز آنی دوران مربوط به اجسام ۲ و ۳ دایره‌هایی هستندکه از مرکز آنی دوران ۲۳ گذشته و بر یکدیگر می‌غلتند. به‌طور مشابه درشکل ۳۳.۷، دو مکان هندسی مرکز آنی‌دوران داریم (منحنیها نشان داده نشده‌اند)که ازمرکزآنی ۲۳ می گذرند. این مکانهاروی یکدیگر می‌غلتند. جسم ۲ را ثابت نگهداشته‌ایم و دوران جسم ۳ را حول نقطهٔ ۲۳ درنظر می گیریم. ابتدا V_{C_3} رسم می‌شودکه جهت آن می‌تواند در سوی نشان داده شده یا درجهت مخالف آن، و با طولی مناسب، اختیار شود. آن‌گاه خطی‌از نوك V_{C_3} به‌نقطهٔ ۲۳ رسم می‌شود. این‌خط اندازهٔ V_{P_3} را تعیین می کند.خط گذرا از C_2 و نوك V_{C_3} نیز اندازهٔ V_{23} را تعیین می کند. V'_{23} و V_{23} باهم مساوی‌اند زیرا V'_{23} مؤلفه‌ای از V_{23} و درجهت عمود بر P_3-۲۳ است وچون V_{23} نیز بر P_3-۲۳ عمود است، بنابراین دو بردار V_{23} و V'_{23} برهم منطبق خواهند بود. خطی‌که ازنوك V_{P_3} به‌نوك V'_{23} رسم شود، موقعیت نقطهٔ C را تعیین می کند.

محاسبهٔ شعاع‌مسیر، یعنی CP_3، با استفاده ازمعادلهٔ اولر ـ ساواری در زیرآمده است. در شکل اصلی ۳۳.۷، داریم $d=C_2\text{-}23=-58.4\,\mathrm{mm}$ و $e=23\text{-}C_3=147\,\mathrm{mm}$؛ $f=23\text{-}P_3=122\,\mathrm{mm}$؛ $g=C-23$ که طول آن مجهول است. $\psi=90^\circ$ و $\sin\psi=1$. پس ازمعادلهٔ (۲۲.۷) خواهیم‌داشت

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)\sin\psi$$

$$\frac{1}{-58.4}+\frac{1}{147}=\frac{1}{122}+\frac{1}{g}$$

$$-0.0171+0.00680=0.00820+\frac{1}{g}$$

$$\frac{1}{g}=-0.0185 \qquad g=-54.1\,\mathrm{mm}$$

ازمعادلهٔ (۲۳.۷) داریم

$$R=CP_3=f+g=122-54.1=67.9\,\mathrm{mm}$$

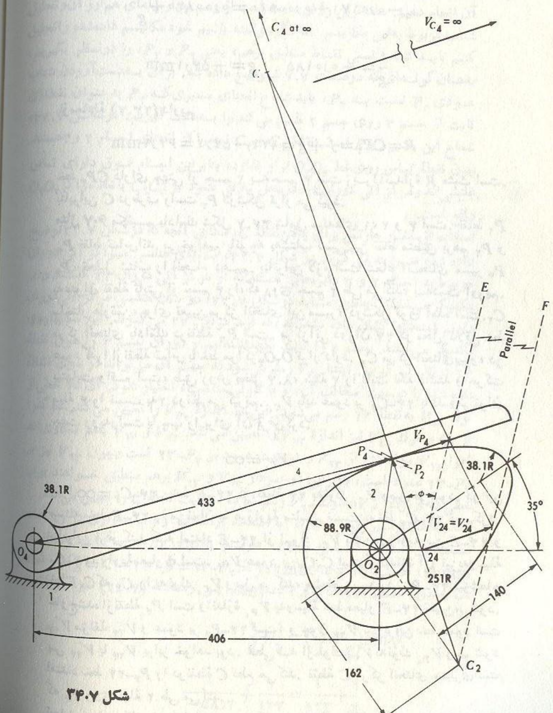
خط CP_3 دارای جهتی از جسم ۲ به‌جسم ۳ است زیرا اندازهٔ R مثبت است. بنابراین C درطرف راست P_3 درشکل قرار می گیرد.

مثال ۶.۷ مکانیسم بادامك شکل ۳۴.۷ شامل میله‌های ۱، ۲ و ۴ است. نقاط P_2 و P_4 نقاط تماس‌اند. می‌خواهیم باتوجه به‌شتاب نسبی بین نقاط منطبق برهم P_2 و P_4، تحلیل شتاب را انجام دهیم. بنابراین لازم است شعاع انحنای مسیر P_4 به‌عنوان نقطهٔ ثابتی از جسم ۴ را، که روی جسم ۲ طی می کند، به‌دست آوریم. ساختار هارتمن، برای تعیین مرکز انحنای این مسیر، درشکل فوق آمده است.C_2 مرکز انحنای بادامك درنقطهٔ P_2 است. مرکزآنی دوران ۲۴ در محل تلاقی خط عمود گذرا ازنقطهٔ تماس با خط مراکزO_2O_4 قرار دارد. C_4 مرکز انحنای‌پیرو، در بینهایت واقع است، طبق روش بخش ۸.۷، میلهٔ ۲ را ثابت نگه داشته و حرکت میلهٔ ۴ را نسبت به‌۲ درنظرمی گیریم. V_{C_4} باید عمود بر C_4-۲۴ باشد ومی‌توان جهت روبه‌راست یا چپ را برای آن فرض کرد.

$$V_{C_4}=\infty$$

زیرا $24\text{-}C_4=\infty$. خط E-۲۴ از نقطهٔ ۲۴ به‌نوك V_{C_4} وصل می‌شود. در این مسئله،خط E-۲۴ را می‌توان با هرزاویهٔ مناسبی نسبت به‌خط C_4-۲۴ رسم کرد. بنابراین فرض‌کنید که امتداد E-۲۴ از نوك V_{C_4} بگذرد. زاویهٔ بین E-۲۴ و C_4-۲۴، زاویهٔ‌معیار ϕ است. V_{24} عمود بر C_2C_4 است و اندازهٔ آن نیزبه‌وسیلهٔ خطC_2Fکه C_2 را به‌نوك V_{C_4} وصل می کند، مشخص می‌شود. P_4-۲۴ نیزشعاع خارج‌شده ازنقطهٔ P_4 است واندازهٔ V_{P_4} به‌وسیلهٔ خط معیار E-۲۴ تعیین‌می‌شود. V'_{24} مؤلفهٔ V_{24} و عمود بر P_4-۲۴ است، و چون V_{24} نیز براین خط عمود است پس V'_{24} با V_{24} برابر خواهد بود. خطی‌که از نوك V'_{24} به‌نوك V_{P_4} رسم شود امتداد خط P_4-۲۴ را درنقطهٔ C قطع می کند. نقطهٔ C مرکز انحنای مسیری‌است که P_4 روی میلهٔ ۲ طی می کند.

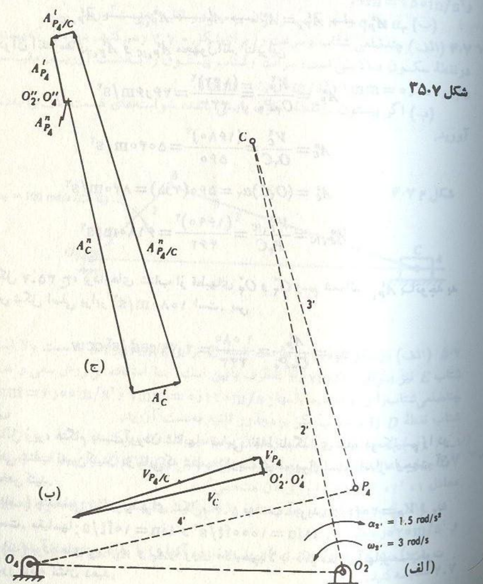
تحلیل شتاب مکانیسم بادامك وپیرو شکل ۳۴.۷ به وسیلهٔ مکانیسم هم‌ارز در زیر



شکل ۳۴.۷

آمده‌است. چهارمیله‌ای هم‌ارز درشکل۳۵.۷ رسم شده است، که مانند شکل۱۴.۷ از میله‌های ۱، $2'$، $3'$ و $4'$ تشکیل شده است. در شکل ۱۴.۷، شعاع انحنای مسیری که P_4 روی میلهٔ ۲ طی می کند، P_4C_2 است؛ فرض کنید در شکل ۳۴.۷، $\omega_2 = 3\,\mathrm{rad/s\,ccw}$ و $\alpha_2 = 1/5\,\mathrm{rad/s^2 cw}$. ω_4 و α_4 نیزباید به‌دست‌آیند. باتوجه به‌مکانیسم هم‌ارز شکل ۳۵.۷، خواهیم داشت

$$V_C = (O_2C)\omega_{2'} = 560(3) = 1680\,\mathrm{m/s}$$



شکل ۳۵.۷

سرعتها درشکل ۳۵.۷ب، ازقطب $O'_۲$ و $O'_۴$ رسم می‌شوند. باتوجه به‌مقیاس، $V_{P_۴}$ برابر ۱۴۲ m/s و $V_{P_۴/C}$ نیز مساوی ۱۶۹۰ m/s خواهد شد. بنابراین

$$\omega_{۴،}=\frac{V_{P_۴}}{O_۴P_۴}=\frac{۱۴۲}{۴۳۳}=۰٫۳۲۸\,\mathrm{rad/s\ ccw}$$

برای شتابها،

$$A^n_{P_۴}\longrightarrow \overline{A}^t_{P_۴}=A^n_C\longrightarrow A^t_C\longrightarrow A^n_{P_۴/C}\longrightarrow \overline{A}^t_{P_۴/C}$$

که درآن اندازه‌های $A^t_{P_۴}$ و $A^t_{P_۴/C}$ مجهول‌اند. بنابراین

$$A^n_{P_۴}=\frac{V^۲_{P_۴}}{O_۴P_۴}=\frac{(۱۴۲)^۲}{۴۳۳}=۴۶٫۶\,\mathrm{m/s^۲}$$

$$A^n_C=\frac{V^۲_C}{O_۲C}=\frac{(۱۶۸۰)^۲}{۵۶۰}=۵۰۴۰\,\mathrm{m/s^۲}$$

$$A^t_C=(O_۲C)\alpha_۲=۵۶۰(۱٫۵)=۸۴۰\,\mathrm{m/s^۲}$$

$$A^n_{P_۴/C}=\frac{V^۲_{P_۴/C}}{P_۴C}=\frac{(۱۶۹۰)^۲}{۴۶۲}=۶۱۸۰\,\mathrm{m/s^۲}$$

درشکل ۳۵.۷ ج، بردارهای شتاب از قطبهای $O''_۴$ و $O''_۲$ رسم شده‌اند. $A^t_{P_۴}$ باتوجه به مقیاس شکل اصلی برابر ۱۰۸۰m/s² است. پس

$$\alpha_{۴،}=\frac{A^t_{P_۴}}{O_۴P_۴}=\frac{۱۰۸۰}{۴۳۳}=۲٫۴۹\,\mathrm{rad/s^۲\ ccw}$$

مسائل

در مسائل زیر، هنگام بدست‌آوردن شتابها، تمامی نقاط نامگذاری شده درمکانیسم را در چندضلعی شتاب تعیین کنید. درجایی که شتاب زاویه‌ای مجهول است، اندازه وجهت آن را مشخص کنید.

۱.۷ (الف) چندضلعی شتاب را برای شکل‌م ۱.۶ به‌دست آورید. $V_B=۲۰\,\mathrm{ft/s}$ و $\omega_۲$ ثابت است. مقیاسها: $۱\mathrm{in}=۱۰\,\mathrm{ft/s}$ و $۱\mathrm{in}=۱۰۰۰\,\mathrm{ft/s^۲}$.

(ب) بردارهای A_B، A_D و A_E را روی مکانیسم‌بالا با ذکر مقادیر آنها برحسب‌فوت بر مجذور ثانیه نشان دهید.

(ج) $\alpha_۳$ و $\alpha_۴$ را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

(۲-۷) **۲.۷** (الف) چندضلعی‌شتاب را برای شکل‌م ۴.۴ رسم کنید. $V_B=۶٫۱۰\,\mathrm{m/s}$. مقیاسها: $۱\mathrm{mm}=۰٫۱۲۰\,\mathrm{m/s}$ و $۱\mathrm{mm}=۱۲٫۰\,\mathrm{m/s^۲}$. مقادیر A_C و A_D را برحسب متر بر مجذور ثانیه به‌دست‌آورید.

(ب) $\alpha_۳$ را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین‌کنید.

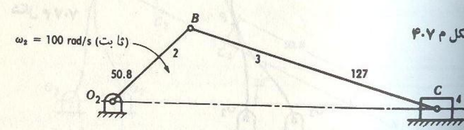
۳.۷ (الف) چندضلعی شتاب را برای شکل‌م ۳.۶ رسم‌کنید. مقیاسها: $۱\mathrm{in}=۲۵\,\mathrm{in/s}$ و $۱\mathrm{in}=۷۵۰\,\mathrm{in/s^۲}$.

(ب) $\alpha_۳$ و $\alpha_۴$ را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه به‌دست‌آورید. ۴-۷

۴.۷ (الف) چندضلعی شتاب وسرعت را برای‌شکل م ۴.۷ رسم کنید. درزمانی که‌پیستون درنقطهٔ سکون بالایی است، سرعت وشتاب پیستون را به‌دست آورید. مقیاسها: $۱\mathrm{mm}=۰٫۱۰۰\,\mathrm{m/s}$ و $۱\mathrm{mm}=۱۰٫۰\,\mathrm{m/s^۲}$.

(ب) اگر پیستون درنقطهٔ سکون پایینی باشد، خواسته‌های قسمت الف را به‌دست آورید.

شکل م ۴.۷



۵.۷ (الف) درشکل م ۱۲.۶، سرعت نقطهٔ E برابر ۴٫۵۷m/s و به سمت بالا است و شتاب E نیز برابر ۴۵۷m/s² به‌طرف پایین است. با استفاده از روش سعی و خطا، چندضلعی‌شتاب‌را رسم کنید.مقیاسها: $۱\mathrm{mm}=۰٫۱۲۰\,\mathrm{m/s}$ و $۱\mathrm{mm}=۶٫۰۰\,\mathrm{m/s^۲}$. شتاب نقطهٔ D را برحسب متر بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

(۶-۷) (ب) $\alpha_۳$ و $\alpha_۵$ را برحسب رادیان برمجذور ثانیه تعیین‌کنید.

۶.۷ چهارمیله‌ای هم‌ارز مکانیسم شکل ۲۹.۷، یعنی $O_۲CP_۴O_۴$، را رسم‌کنید ومیله‌های معادل ۱، ′۲، ′۳ و ′۴ را روی آن مشخص کنید.

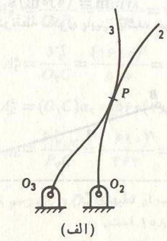
(الف) چندضلعیهای‌سرعت‌وشتاب را رسم کنید. مقیاسها: $۱\mathrm{mm}=۰٫۰۰۵\,\mathrm{m/s}$ و $۱\mathrm{mm}=۰٫۰۲۰\,\mathrm{m/s^۲}$.

(ب) $\omega_{۴،}$ و $\alpha_{۴،}$ را به‌دست آورید ومقادیر آنها را با مقادیر به‌دست آمده در مثال ۴.۷ مقایسه کنید.

۷.۷ درشکل م ۷.۷ الف، اجسام ۲ و ۳ دارای تماس لغزشی هستند. درشکل م۷.۷ب، میله‌های ۲ و ۳ دوباره نشان داده شده‌اند. شعاع انحنا درنقطهٔ تماس برای میلهٔ ۲ برابر $C_2P_2 = 3\,\text{in}$ و برای میلهٔ ۳ برابر $C_3P_3 = 2\,\text{in}$ است. حرکت ۳ نسبت به۲رامی‌توان با درنظر گرفتن اینکه میلهٔ۲ ساکن است ومیلهٔ۳ درنقطهٔ P روی ۲ می‌لغزد، تحلیل کرد.

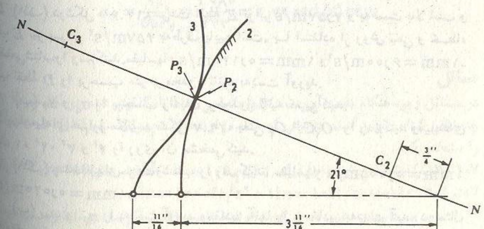
(الف) فرض‌کنید بردار V_{C_3} با طول $4\frac{7}{8}\,\text{in}$ درطرف چپ C_3 به طرف پایین رسم شده است. با استفاده از ساختار هارتمن به‌طور ترسیمی محل مرکز انحنای مسیری را که P_3 روی ۲ طی می‌کند، به‌دست‌آورید. شعاع انحنا را از روی شکل، اندازه بگیرید.

(ب) با استفاده ازمعادلهٔ اولر ـ ساواری، شعاع انحنا را محاسبه‌کنید.



(الف)

شکل م ۷.۷



(ب)

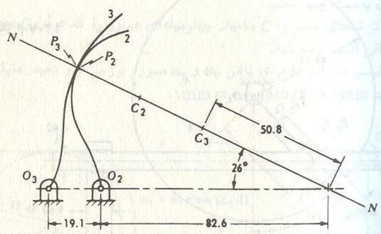
(۸.۷)

۸.۷ درشکل م ۸.۷، اجسام۲ و ۳ تماس لغزشی دارند. شعاع انحنای آنها درنقطهٔ‌تماس به‌ترتیب برابر $C_2P_2 = 25.4\,\text{mm}$ و $C_3P_3 = 50.8\,\text{mm}$ است. همان گونه که در مسئلهٔ قبل گفته شد، حرکت ۳ نسبت به ۲ را می‌توان با ثابت فرض‌کردن ۲ و لغزیدن جسم ۳ روی ۲ درنقطه P مورد بررسی قرار داد.

(الف) فرض‌کنید بردار V_{C_3} به‌طول $19.1\,\text{mm}$ درطرف چپ C_3 و به‌طرف‌پایین رسم شده است. با استفاده از ساختار هارتمن به‌صورت ترسیمی مرکز انحنای مسیری را که P_3 نسبت به ۲ طی می‌کند، به‌دست آورید. شعاع انحنا را از روی شکل اندازه بگیرید.

(ب) با استفاده از معادلهٔ اولر ـ ساواری، شعاع انحنا را محاسبه کنید.

شکل م ۸.۷



۹.۷ (الف) درشکل م ۴.۶، میلهٔ۴ روی میلهٔ ۱ می‌غلتد. چندضلعی شتاب را رسم کنید. $\omega_2 = 144\,\text{rad/s cw}$ و $\alpha_2 = 1000\,\text{rad/s}^2\,\text{ccw}$ است. مقیاسها: $1\,\text{mm} = 0.120\,\text{m/s}$ و $1\,\text{mm} = 12.0\,\text{m/s}^2$.

(ب) α_3 و α_4 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

۱۰.۷ در شکل م ۳.۴، روی مفصل میلهٔ ۳، نقاط منطبق برهم P_2 و P_4 را به‌ترتیب روی میله‌های ۲ و ۴ نامگذاری کنید. $\omega_2 = 120\,\text{rad/s}$ و ثابت است.

(الف) چندضلعی شتاب نقاط O_2، P_2، P_4 و C را رسم کنید. مقیاسها: $1\,\text{mm} = 0.120\,\text{m/s}$ و $1\,\text{mm} = 6.00\,\text{m/s}^2$.

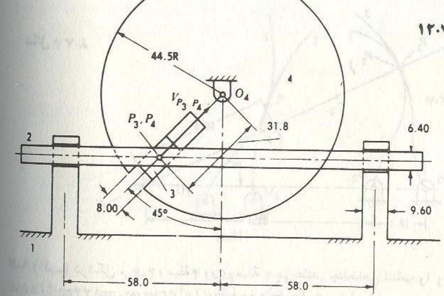
(ب) α_4 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

۱۱.۷ چندضلعی شتاب را برای شکل م ۸.۶ رسم کنید. $\omega_2 = 15\,\text{rad/s}$ و ثابت است. مقیاسها: $1\,\text{mm} = 0.0120\,\text{m/s}$ و $1\,\text{mm} = 0.240\,\text{m/s}^2$. شتاب میلهٔ ۴ رابرحسب متر بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

۱۲.۷ در شکل م ۱۲.۷، دیسك ۴ توسط میلهٔ ۲، که خود مطابق شکل در راهنماها می‌لغزد، رانده می‌شود. جسم ۳ درنقطهٔ $P_۳$ روی میلهٔ ۲ مفصل شده است. سرعت میلهٔ ۲ ثابت و سرعت لحظه‌ای لغزندهٔ ۳ روی میلهٔ ۴ برابر ۳۸٫۱ m/s به سمت مرکز میلهٔ ۳ است.

(الف) چندضلعیهای سرعت وشتاب نقاط $O_۴$، $P_۳$ و $P_۴$ را رسم کنید. مقیاسها: ۱mm = ۰٫۰۰۱m/s و ۱mm = ۰٫۰۰۱m/s^{۲}.

(ب) $\alpha_۴$ را به‌دست آورید.



شکل م ۱۲.۷

۱۲-۷

✓ **۱۳.۷** در شکل م ۶.۶، جسم ۴ روی جسم ۱ می‌غلتد. $\omega_۴$ = ۱۸rad/s و ثابت است.

(الف) چندضلعی شتاب را رسم کنید. مقیاسها: ۱mm = ۰٫۰۱۲۰m/s و ۱mm = ۰٫۳۰۰m/s^{۲}.

(ب) $\alpha_۴$ را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

۱۴.۷ (الف) چندضلعی شتاب را برای مکانیسم شکل م ۱۱.۶ رسم کنید. مقیاسها: ۱mm = ۰٫۰۰۰۵m/s و ۱mm = ۰٫۰۰۰۳m/s^{۲}.

(ب) $\alpha_۳$ و $\alpha_۶$ را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

۱۵.۷ فرض کنید بادامك شکل م ۷.۶، سرعت زاویه‌ای ثابت ۳۰۰r/min درخلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دارد.

(الف) با استفاده ازمعادلهٔ اولر ـ ساواری، شعاع انحنای مسیری را که‌نقطهٔ $P_۴$ از جسم ۴ روی جسم ۲ طی می‌کند به‌دست آورید. مرکز انحنا را با C نامگذاری کنید.

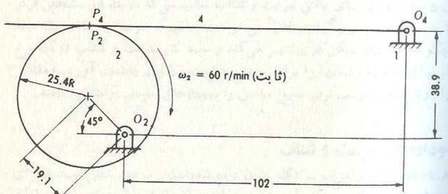
(ب) چهار میله‌ای هم‌ارز مکانیسم فوق را رسم کنید. $P_۴C$ را به‌عنوان نقطهٔ انتهایی میلهٔ ′۳ و میلهٔ ′۴ را به‌صورت یك لغزنده درنظر بگیرید. مکانیسم هم‌ارز را برای‌یافتن‌سرعت وشتاب‌میلهٔ۴موردبررسی‌قرار دهید. مقیاسها: ۱mm = ۰٫۰۱۸۰m/s و ۱mm = ۰٫۳۶۰m/s^{۲}.

(۱۶-۷)

✓ **۱۶.۷** (الف) برای مکانیسم بادامك شکل م ۱۶.۷، از معادلهٔ اولر ـ ساواری برای محاسبهٔ شعاع انحنای مسیری که $P_۴$ روی جسم ۲ طی می‌کند استفاده کنید. جواب خود را با مقدار به‌دست آمده از ساختار هارتمن مقایسه نمایید. فرض کنید $V_{P_۴}$ ۲۵mm طول دارد وجهت آن به‌سمت چپ است.

(ب) مرکز انحنای مسیر را C بنامید. چهارمیله‌ای هم‌ارز را که درآن C به‌عنوان یك مفصل اتصالی است، رسم کنید.

(ج) مکانیسم هم‌ارز را برای یافتن $\omega_۴$ و $\alpha_۴$ مورد بررسی قرار دهید. مقیاسها: ۱mm = ۰٫۰۰۲m/s و ۱mm = ۰٫۰۰۵m/s^{۲}.



شکل م ۱۶.۷

۱۷.۷ (الف) درشکل ۳۴.۷، ازمعادلهٔ‌اولر ـ ساواری برای‌محاسبهٔ شعاع انحنای‌مسیری که $P_۴$ روی میلهٔ ۲ طی می‌کند، استفاده‌کنید. جواب خود را بامقدار به‌دست آمده از روش ساختار هارتمن درمثال ۶.۷ مقایسه کنید.

(ب) مکانیسم را در یك‌چهارم اندازهٔ‌آن رسم کنید. چندضلعیهای سرعت وشتاب را نیز برای مکانیسم مثال ۶.۷ رسم کنید. مکانیسم فوق، و نه‌مکانیسم چهارمیله‌ای هم‌ارز آن، را تحلیل کنید. درتحلیل‌شتاب، مؤلفهٔ کریولیس را برای‌نقاط $P_۲$ و $P_۴$ درنظربگیرید.

همچنین ازشعاع انحنای مسیر به‌دست آمده درقسمت الف این مسئله استفاده کنید. مقیاس سرعت را $1\,mm = 0.006\,m/s$ ومقیاس شتاب را $1\,mm = 0.010\,m/s^2$ درنظر بگیرید.

(ج) ω_4 را برحسب رادیان درثانیه و α_4 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه به‌دست آورید.

۸

نمودارهای سرعت وشتاب ومشتق گیری ترسیمی

۱.۸ مقدمه

درفصلهای ۵، ۶ و ۷ روشهای یافتن سرعت و شتاب مکانیسمی که دریك فاز مشخص قرار دارد موردبحث و بررسی قرار گرفت. غالباً می‌خواهیم بدانیم که سرعت یا شتاب یك میلهٔ مفروض چگونه طی یـك سیکل کاری تغییر می کند و حداکثر سرعت و شتاب درکجا رخ می‌دهد. می‌توان سرعتها وشتابها را برای چندفاز مختلف مکانیسم به‌دست آورد، ومقادیر مربوطه را روی منحنی ترسیم کرد. نتایج حاصل را نمودارهای سرعت و شتاب نامند.

۲.۸ نمودارهای سرعت و شتاب

درشکل ۱.۸، یك مکانیسم لغزنده ـ لنگ نشان داده شده‌است. سرعت خطی پیستون برای ۱۲ وضعیت هم فاصلهٔ لنگ به‌دست آمده است. برای هرکدام از وضعیتهای مفصل لنگ B، مکان پیستون C با زدن کمانهایی به‌شعاع BC به‌مراکز مستقر روی‌دایرهٔ مسیرحرکت لنگ یافته شده است. محل برخورد این کمانها با خط مسیر حرکت پیستون، موقعیتهای مکانی‌مختلف پیستون را تعیین‌می کند. باتوجه به‌معلوم بودن تعداد دور لنگ درهردقیقه، که ثابت فرض می‌شود، V_B برحسب فوت بر ثانیه محاسبه شده و با استفاده از مقیاسی مناسب عمود بر O_2B ترسیم‌شده است. آن‌گاه روش خط موازی، که دربخش ۳.۵ تشریح شد، برای یافتن سرعت پیستون مورد استفاده قرار گرفته است. این‌روش برای موقعیت ۱ لنگ تصویر شده است. $BB' = BD$، و CC' بیانگر اندازهٔ سرعت پیستون است. برای وضعیتهای لنگ ۰ تا ۶، طولهای V_C به‌صورت مختصات عرضی مثبت عمود برخط مسیر