

دایره‌ای در صفحه عمودی، (ج) مدول پینیون در صفحه دوران خود، (د) مدول چرخ دنده در صفحه دوران خود، و (ه) فاصله مراکز را.
(س) با نصف مقیاس واقعی، تصویری مشابه شکل ۳۱.۱۲ بکشید، و V_p را برحسب متر بر ثانیه برای سرعت پینیون 200 r/min محاسبه کنید. اندازه سرعت لغزش را به طور تریسمی با استفاده از مقیاس 0.004 m/s پیدا کنید.
۱۶.۱۳ يك حازون و چرخ حازون دارای محورهای با زاویه 90° نسبت به یکدیگرند و نسبت کاهش سرعت آنها ۱۵ به ۱ است. حازون همراه دارای زاویه جلور 20° و گام محوری 0.4 in است. برای چرخ حازون تعیین کنید: (الف) تعداد دندانه‌ها، (ب) قطر گام، و (ج) زاویه مارپیچ.
(د) تعیین کنید قطر گام حازون را.
(ه) فاصله مراکز را حساب کنید.
۱۷.۱۳ يك جفت چرخ دنده مخروطی دندانه مستقیم، دو محور انتقال قدرت با زاویه 90° را به یکدیگر مربوط می‌کند و دارای ۱۸ و ۳۶ دندانه و گام قطری ۶ است. چرخ دنده‌ها دارای دندانه‌های اپنولوت 20° با اذنومهای نابرابرند. تعیین کنید: (الف) نسبت سرعت زاویه‌ای و (ب) قطر گام پینیون و چرخ دنده را. برای چرخ دنده تعیین کنید: (ج) زاویه گام، (د) فاصله مخروطها، (ه) شعاع مخروط پستی، (و) تعداد دندانه‌های قابل تشکیل را.

۱۳

زنجر چرخ دنده‌ها، پیچهای انتقال، مزیت مکانیکی

۱۰.۱۳ زنجر چرخ دنده‌های معمولی

يك زنجر چرخ دنده تشکیل می‌شود از دو یا چند چرخ دنده که به منظور انتقال حرکت از یک محور به محوری دیگر باهم درگیر شوند. زنجر چرخ دنده‌های معمولی آنهایی هستند که هیچک از محورهای چرخ دنده‌هاشان نسبت به زمین حرکت نکنند، و اساساً به دو گونه‌اند: زنجر چرخ دنده‌های ساده و زنجر چرخ دنده‌های مرکب.

يك زنجر چرخ دنده ساده آن است که تنها يك چرخ دنده روی هر محور داشته باشد، نظیر شکل ۱۰.۱۳. در این نوع زنجر، چرخ دنده‌ها به وسیله دایره‌های گامشان مشخص می‌شوند. چرخ دنده A را می‌گردانند، C را، C را، D را و بالاخره E را به گردش درمی‌آورد. فرض کنید تعداد دندانه‌های روی چرخ دنده‌ها N_A, N_B, N_C ، و غیره باشد. نسبت سرعت‌های زاویه‌ای هر جفت چرخ دنده در گیرباهم برابر معکوس تعداد دندانه‌های آنهاست.

بلین ترتیب

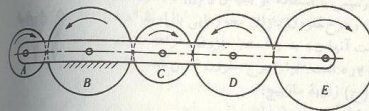
$$(10.13) \quad \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{N_B}{N_A}, \quad \frac{\omega_B}{\omega_C} = \frac{N_C}{N_B}, \quad \frac{\omega_C}{\omega_D} = \frac{N_D}{N_C}, \quad \frac{\omega_D}{\omega_E} = \frac{N_E}{N_D}$$

نسبت سرعت (VR) يك زنجر چرخ دنده، نسبت سرعت زاویه‌ای نخستین چرخ دنده زنجر به سرعت زاویه‌ای چرخ دنده آخر است. برای زنجر شکل ۱۰.۱۳، نسبت سرعت چنین است:

$$VR = \frac{\omega_A}{\omega_E} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_B}{\omega_C} \times \frac{\omega_C}{\omega_D} \times \frac{\omega_D}{\omega_E}$$

و با جایگزینی معادله‌های (۱.۱۳)

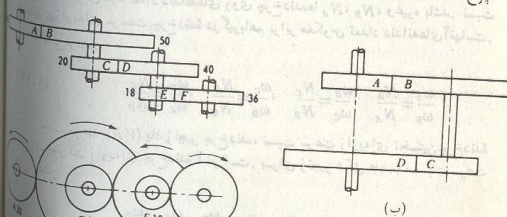
$$VR = \frac{N_B}{N_A} \times \frac{N_C}{N_B} \times \frac{N_D}{N_C} \times \frac{N_E}{N_D} \quad (2.13)$$



شکل ۱.۱۳

اگر نخستین و آخرین چرخ‌دنده در يك جهت بگردند علامت نسبت سرعت مثبت است و در صورتی که در خلاف جهت یکدیگر گردش کنند علامت نسبت سرعت منفی است. ساده‌ترین راه برای حفظ جهت دوران، قرار دادن پیکان روی چرخ‌دنده‌هاست. ما بعداً برای نشان دادن جهت دوران از این علامت بهره خواهیم جست. علامت به علاوه نشان‌دهنده دوران در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت و علامت منهای بیانگر دوران در جهت گردش عقربه‌های ساعت است.

از معادله (۲.۱۳) مشاهده می‌شود که نسبت سرعت برای يك زنجیر چرخ‌دنده ساده به تعداد دندانه‌های روی آخرین و نخستین چرخ‌دنده زنجیر بستگی دارد زیرا تعداد دندانه‌های روی چرخ‌دنده‌های میانی با یکدیگر حذف می‌شوند. چرخ‌دنده‌های میانی را چرخ‌دنده‌های هرزگرد نامند. همچنین دیده می‌شود که نسبت سرعت تنها به تعداد دندانه‌های



(ب)

شکل ۲.۱۳

روی آخرین و نخستین چرخ‌دنده بستگی دارد زیرا دایره‌های گام روی یکدیگر می‌غلطند و سرعت خطی دایره گام تمام چرخ‌دنده‌ها یکسان است. چرخ‌دنده‌های هرزگرد به دو منظور به کار می‌روند: برای اتصال چرخ‌دنده‌هایی که فاصله مراکز آنها از یکدیگر خیلی زیاد است، و نیز به منظور کنترل ارتباط چندین چرخ‌دنده‌هایی نظیر A و E در شکل ۱.۱۳. توجه کنید که هر چرخ‌دنده هرزگرد باعث تغییر جهت دوران آخرین چرخ‌دنده درون زنجیر می‌شود.

يك جهت چرخ‌دنده را مرکب نامند که محور مشترك داشته و به یکدیگر قفل شده باشند. مثلاً چرخ‌دنده‌های B و C با D و E در شکل ۲.۱۳ الف. يك زنجیر چرخ‌دنده مرکب شامل چندین چرخ‌دنده مرکب از این نوع است. در زنجیر چرخ‌دنده‌های مرکب نشان داده شده در شکل ۲.۱۳ الف، اعداد کنار هر چرخ‌دنده بیانگر تعداد دندانه‌های موجود روی هر چرخ‌دنده است. چنانچه سرعت A برابر 1600 r/min در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت باشد، سرعت چرخ‌دنده‌های مختلف زنجیر عبارت خواهد بود از

$$\omega_A = +1600 \text{ r/min}$$

$$\omega_B = \omega_C = \frac{30}{50} \times 1600 = -960 \text{ r/min}$$

$$\omega_D = \omega_E = \frac{20}{30} \times 960 = 640 \text{ r/min}$$

$$\omega_F = \frac{18}{36} \times 480 = -240 \text{ r/min}$$

نسبت سرعت عبارت است از:

$$VR = \frac{\omega_A}{\omega_F} = -\frac{1600}{240} = -\frac{20}{3}$$

برای يك زنجیر چرخ‌دنده مرکب، نسبت سرعت را می‌توان چنین نوشت:

$$VR = \frac{\text{حاصلضرب دندانه‌های چرخ‌دنده‌های متحرك}}{\text{حاصلضرب دندانه‌های چرخ‌دنده‌های محرك}} \quad (3.13)$$

$$= \frac{50}{30} \times \frac{30}{20} \times \frac{36}{18} = -\frac{20}{3}$$

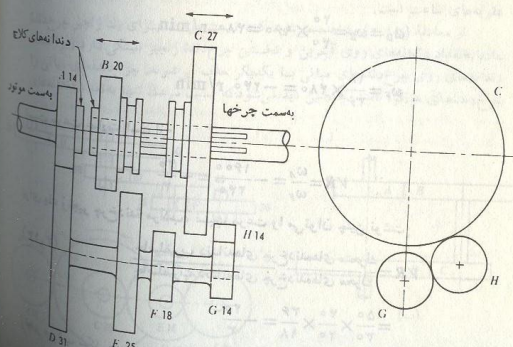
زنجیر مرکب شکل ۲.۱۳ ب را زنجیر چرخ‌دنده انتقالی گویند زیرا نخستین و آخرین

چرخ دنده آن هم محورند. از زنجیر چرخ دنده انتقالی در جمیع دنده اتومبیلها، ماشین تراشها، سرعت کاهندهای صنعتی، وساعها (که در آنها عقربههای دقیقه وساعت شمار هم محورند، استفاده می شود.

مزیت يك زنجیر مرکب نسبت به يك زنجیر ساده آن است که می توان کاهش سرعت بسیار بیشتری را از نخستین محور به آخرین محور، با داشتن چرخ دندههای کوچکتر، به دست آورد. چنانچه از يك زنجیر چرخ دنده ساده برای ایجاد يك کاهش سرعت زیاد استفاده می شد، در این صورت چرخ دنده آخر باید خیلی بزرگ می بود. معمولاً برای يك کاهش سرعت بیش از ۷ به ۱، زنجیر چرخ دنده ساده به کار نمی رود، در عوض از يك زنجیر مرکب یا چرخ دنده حلزونی استفاده می شود.

۲.۱۳ انتقال قدرت در اتومبیل

يك جعبه دنده سه سرعت معمولی اتومبیل به صورت شماتیک ۳.۱۳ در شکل ۳.۱۳ نشان داده شده است. چرخ دنده A به وسیله موتور رانده می شود. چرخ دندههای D، E، F و G به صورت یکپارچه دور آن می کنند. چرخ دنده H، هرز گردی است که با G درگیر است. مادامی که محور متصل شده به موتور در حال گردش است، این چرخ دندهها نیز در حرکت اند.



شکل ۳.۱۳

چرخ دندههای B و C می توانند به صورت محوری روی محور متحرک خاردار بلغزند و به چرخ دندههای محرك متصل شوند. جعبه دنده در حالت خلاص نشان داده شده است، و بدین ترتیب هیچ گونه رابطه ای میان محور موتور (محرك) و محور متحرك وجود ندارد.

برای حالت دنده يك یا در سرعتهای پایین، چرخ دنده C به سمت چپ انتقال می یابد و با چرخ دنده F درگیر می شود. نسبت سرعت ADFC عبارت است از

$$VR = \frac{31}{14} \times \frac{27}{18} = 3.27$$

برای حالت دنده دو یا سرعت متوسط، چرخ دنده B به سمت راست حرکت می کند و با چرخ دنده E درگیر می شود. نسبت سرعت ADEB چنین است:

$$VR = \frac{31}{14} \times \frac{20}{25} = 1.77$$

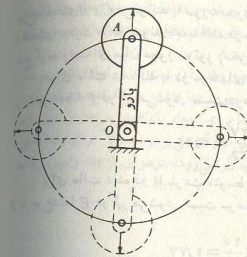
برای حالت دنده سه یا سرعت زیاد، چرخ دنده B به سمت چپ انتقال می یابد تا دندههای کلاچ آن با دندههای چرخ دنده A درگیر شوند. این کار سبب می شود تا محور محرك و محور متحرك مستقیماً با یکدیگر درگیر شوند و نسبت سرعت ۱ حاصل شود. برای دنده عقب، C به سمت راست انتقال می یابد تا با هرز گرد H درگیر شود. نسبت سرعت چرخ دندههای ADGHC عبارت خواهد شد از

$$VR = \frac{31}{14} \times \frac{14}{18} \times \frac{27}{14} = -4.27$$

۳.۱۴ چرخ دندههای خورشیدی

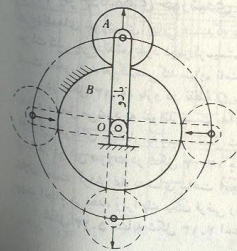
چرخ دندههای خورشیدی آنهایی هستند که جوهرهای يك یا چند چرخ دنده آنها نسبت به زمین حرکت کند. چرخ دنده موجود در مرکز سیستم را خودشید، و چرخ دندههایی را که محورهایشان نسبت به خودشید حرکت می کند میبازه نامند.

در شکل ۴.۱۳، بازو در نقطه O به زمین لولا شده است، و چرخ دنده A طوری که اگر غریبهای جهتدار به جسم متصل شود، بتواند با يك دوران کامل زاویه ۳۶۰° را بپیماید. در این صورت در شکل ۴.۱۳، چنانچه بازو حول لولای O يك دوران کامل در جهت انجام می دهد، زیرا با يك پیکان فرضی روی A، زاویه ای به میزان ۳۶۰° پیموده است. شکل ۵.۱۳ مشابه شکل ۴.۱۳ است، با این تفاوت که چرخ دنده B نیز به آن



شکل ۴.۱۳

افزوده شده است. فرض کنید اندازه چرخ‌دنده ثابت B دو برابر چرخ‌دنده A ، که به بازو لولای O باشد. در صورتی که به بازو یک دور کامل در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت حول لولای O داده شود، آن گاه چرخ‌دنده A روی چرخ‌دنده ثابت B می‌غلتد، و سه دور کامل در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت انجام خواهد داد. این واقعیت را می‌توان به صورت زیر توجیه کرد. چنانچه چرخ‌دنده A نمی‌توانست نسبت به بازو دوران کند و اگر A و B هیچ‌گونه دندانهای نداشته باشند و استوانه‌هایی صاف بودند به‌طوری‌که A می‌توانست بر روی B بلغزد، در این صورت A ، مطابق شکل ۴.۱۳، یک دور کامل در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت انجام می‌داد. البته، به علت غلتیدن چرخ‌دنده A روی چرخ‌دنده B در شکل ۴.۱۳، محیط A دو دور روی محیط B می‌غلتد. در نتیجه



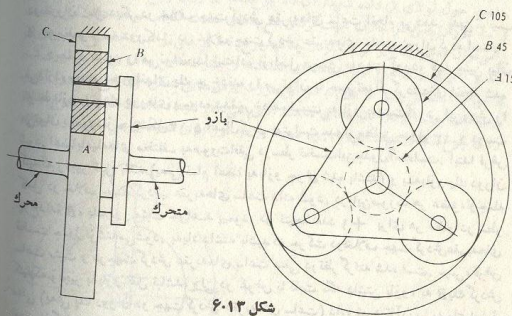
شکل ۵.۱۳

جدول ۱۰-۱۳

عضو	بازو	A	B
زنجر قفل شده است، به بازو یک دور کامل مثبت داده می‌شود	+۱	+۱	+۱
بازو قفل شده است، به B یک دور کامل منفی داده می‌شود	۰	+۲	-۱
نتیجه	+۱	+۳	۰

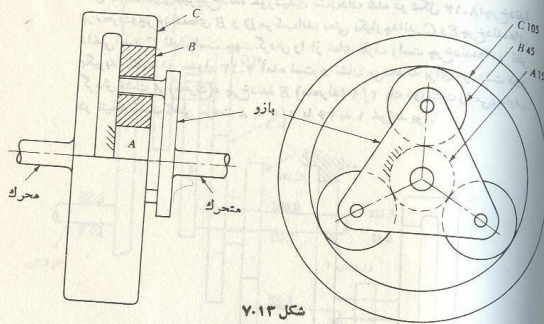
دو دور کامل دیگر در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت انجام می‌دهد. بدین ترتیب A در مجموع سه دور کامل در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران کرده است. همین نتیجه را می‌توان با استفاده از اصل برنشی به‌دست آورد، که چنین بیان می‌دارد، مجموع دورانه‌های یک چرخ‌دنده را می‌توان با جمع تعداد گردشهای انجام شده توسط بازو با تعداد دورهای پیموده شده چرخ‌دنده نسبت به بازو به‌دست آورد. این روش را می‌توان در مورد زنجر شکل ۵.۱۳ اعمال کرد. به‌تراست جدولی مطابق جدول ۱۰.۱۳ درست شود. اعضا یا میله‌های مختلف به‌صورت افقی در سطر نخست این جدول آمده‌است. ابتدا فرض کنید که زنجر قفل باشد (یعنی تمام اعضا به‌بازو جوش شده باشند) و به‌بازو یک دور کامل در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت داده شود. در این صورت هر عضو، از جمله چرخ‌دنده B ، یک دور مثبت خواهد پیمود. در نتیجه عدد +۱ برای هر عضو در سطر نخست جدول نوشته می‌شود. به‌یاد داشته باشید که حرکت در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت مثبت و در جهت گردش عقربه‌های ساعت منفی در نظر گرفته شده است. سپس، فرض کنید که زنجر به‌بازو قفل نباشد، ولی در عوض با ثابت نگه داشتن بازو، به B یک گردش منفی (یعنی یک دور در جهت گردش عقربه‌های ساعت) داده شود تا آن را به‌جای اولیه خود بازگرداند (زیرا B در زنجر واقعی ثابت و متصل به زمین است). بدین ترتیب یک سطر دوم زیر عنوان «بازو» و یک ۱- زیر عنوان « B » منظور می‌شود. آن گاه با یافتن تعداد دورهای پیموده شده چرخ‌دنده A ، با ثابت در نظر گرفتن بازو و یک دور منفی دوران کسب B ، سطر دوم جدول نیز تکمیل خواهد شد. چرخ‌دنده A به‌اندازه

تعداد دندانه‌های چرخ دنده‌های A و B هستند. نتایج نهایی در ستون سوم جدول آمده است. بدین ترتیب برای یک دور مثبت بازو، چرخ دنده A سه دور مثبت خواهد زد. مثال ۶.۱۳ در زنجیر چرخ دنده خورشیدی نشان داده شده در شکل ۶.۱۳، چرخ دنده A به محور محرک قفل شده است؛ C یک چرخ دنده داخلی ثابت بوده و بازو به محور محرک یکپارچه است. با دوران چرخ دنده محرک B روی C می‌غلند و سبب گردش بازو می‌شود. نتایج در جدول ۶.۱۳ آمده است. می‌توان مشاهده کرد که برای هر هشت گردش مثبت A (محرک)، بازو (عضو متحرک) یک دور مثبت می‌زند. از آنجا که گردشهای نهایی چرخ دنده A و بازو هم علامت‌اند، در نتیجه محورهای محرک و متحرک در یک جهت دوران خواهند کرد. نسبت کاهش سرعت برابر ۱ به ۱ است. از نظر سینماتیکی، تنها وجود چرخ دنده B لازم است، ولی سایر چرخ دنده‌ها نیز برای حفظ موازنه به سیستم افزوده شده‌اند تا بار روی چرخ دنده‌های بیشتری توزیع شود. در این صورت می‌توان چرخ دنده‌های کوچکتر را برای سیستم مزبور بکار برد.



شکل ۶.۱۳

مثال ۶.۱۳ زنجیر چرخ دنده‌های خورشیدی نشان داده شده در شکل ۶.۱۳ نظیر شکل ۶.۱۳ است، با این تفاوت که C به محور محرک قفل شده، و A به جای C به زمین ثابت شده است. نتایج در جدول ۶.۱۳ آمده، و حاکی از آن است که C



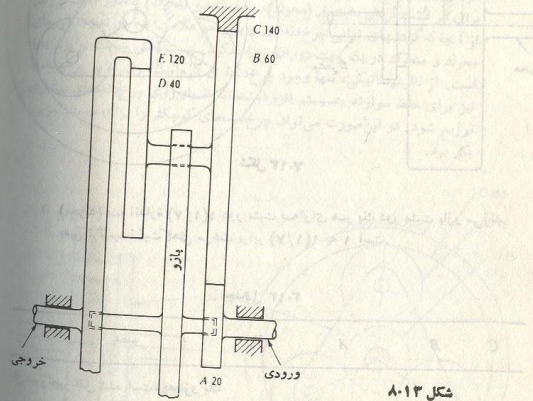
شکل ۷.۱۳

(محرک) به اندازه $1(1/7)$ دور مثبت به‌ازای هر یک دور مثبت بازو می‌زند. بدین ترتیب نسبت کاهش سرعت برابر $1(1/7)$ به ۱ است.

جدول ۷.۱۳

عضو	بازو	A	B	C
زنجیر قفل شده است، به بازو یک دور کامل مثبت داده می‌شود	+۱	+۱	+۱	+۱
بازو قفل شده است، به C یک دور کامل منفی داده می‌شود	۰	$+\left(\frac{105}{45} \times \frac{25}{15}\right)$	$-\frac{105}{45}$	-۱
نتیجه	+۱	+۸	$-\frac{1}{3}$	۰

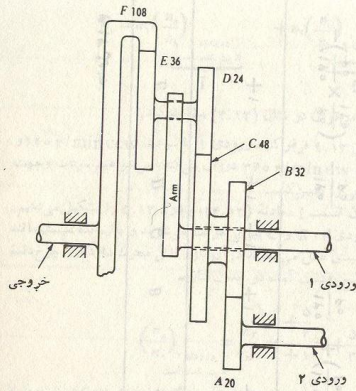
مثال ۳۰۱۳ در زنجیر چرخ دنده خورشیدی نشان داده شده در شکل ۸۰۱۳، چرخ دنده A محرک و چرخ دنده های B و D مرکب اند؛ یعنی یکپارچه اند. C و E چرخ دنده های داخلی اند و C ثابت است جهت گردش را از نمای طرف راست چرخ دنده ها در نظر بگیرید. نتایج در جدول ۳۰۱۳ آمده است و نشان می دهد که برای هر هشت دور گردش مثبت A (محرک)، چرخ دنده E (متحرک) $2/9$ یک دور مثبت را می پیماید. در نتیجه نسبت کاهش سرعت 8 به $2/9$ یا 36 به 1 خواهد بود.



شکل ۸۰۱۳

۳۰۱۳ چرخ دنده های خورشیدی با دو ورودی

یک زنجیر چرخ دنده از این نوع در شکل ۹۰۱۳ نشان داده شده است. فرض کنید m_1 و m_2 به ترتیب بیانگر تعداد دورهای گردش ورودی ۱، ورودی ۲، و خروجی باشد. با استفاده از اصل برنهش، تعداد دورهای خروجی برابر دورهای خروجی ناشی از ورودی ۱ به علاوه دورهای خروجی ناشی از ورودی ۲ است. این اصل را می توان به شکل معادله زیر بیان کرد:



شکل ۹۰۱۳

جدول ۳۰۱۳

عضو	بازو	A	B	C
زنجیر قفل شده است، به بازو یک دوران کامل مثبت داده می شود	+1	+1	+1	+1
بازو قفل شده است، به A یک دوران کامل منفی داده می شود	0	-1	$+\frac{15}{45}$	$+\left(\frac{15}{45} \times \frac{45}{108}\right)$
نتیجه	+1	0	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{9}$

$$(۴.۱۳) \quad n_o = n_1 \underbrace{\left(\frac{n_o}{n_1}\right)}_{\text{ثابت شده است I}} + n_2 \underbrace{\left(\frac{n_o}{n_2}\right)}_{\text{ثابت شده است II}}$$

کاربرد معادله (۴.۱۳) را می‌توان در مثال (۴.۱۳) مشاهده کرد.

مثال ۴.۱۳ در شکل ۹.۱۳ فرض کنید ورودی ۱ با سرعت 120 r/min ccw و ورودی ۲ با سرعت 360 r/min cw دوران می‌کند، می‌خواهیم سرعت و جهت دوران محور خروجی را تعیین کنیم.

برای به‌دست آوردن قسمت I معادله (۴.۱۳)، جدول ۵.۱۳ را تشکیل می‌دهیم. با ثابت در نظر گرفتن ورودی ۲، B و C نیز بی‌حرکت می‌شوند و باقی‌مانده سیستم مانند یک زنجیر چرخ‌دنده خورشیدی عمل می‌کند که در آن بازو متحرک دارد و C چرخ‌دنده ثابت است. با توجه به نتایج به‌دست آمده در جدول داریم

$$\left(\frac{n_o}{n_2}\right) = \frac{n_F}{n_2} = \frac{+5}{+1} = +\frac{5}{3}$$

ثابت شده است

سپس، برای تعیین قسمت II معادله (۴.۱۳)، دیگر هیچ گونه جدولی تشکیل نمی‌دهیم، زیرا با ثابت در نظر گرفتن ورودی ۱، باقی‌مانده سیستم مانند یک زنجیر چرخ‌دنده معمولی عمل می‌کند. در نتیجه

$$\left(\frac{n_o}{n_1}\right) = \frac{n_F}{n_1} = \frac{20}{32} \times \frac{48}{24} \times \frac{36}{108} = +\frac{5}{12}$$

ثابت شده است

توجه داشته باشید که پاسخ به‌دست آمده دارای علامت مثبت است زیرا چرخ‌دنده‌های F و A در یک جهت دوران می‌کنند. با جایگزینی مقادیر I و II در معادله (۴.۱۳)، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} n_o &= +\frac{5}{3}n_1 + \frac{5}{12}n_2 \\ &= +\frac{5}{3}(+120) + \frac{5}{12}(-360) \\ &= +200 - 150 = +50 \end{aligned}$$

یعنی ترتیب سرعت محور خروجی برابر 50 r/min ccw خواهد بود.

جدول ۴.۱۳

	E	D	C	B	A	بازو	محور
زنجیر بازو متحرک است، به بازو یک دوران مثبت داده می‌شود	+	+	+	+	+	+	زنجیر بازو متحرک است، به بازو یک دوران مثبت داده می‌شود
بازو متحرک است، به C یک دوران منفی داده می‌شود	$-\left(\frac{140}{60} \times \frac{80}{110}\right)$	$-\frac{140}{60}$	-1	$-\frac{140}{60}$	$+\left(\frac{140}{60} \times \frac{80}{110}\right)$	۰	بازو متحرک است، به C یک دوران منفی داده می‌شود
نتیجه	$+\frac{5}{12}$	$-\frac{7}{3}$	۰	$-\frac{7}{3}$	$+\frac{5}{12}$	$+\frac{5}{12}$	نتیجه

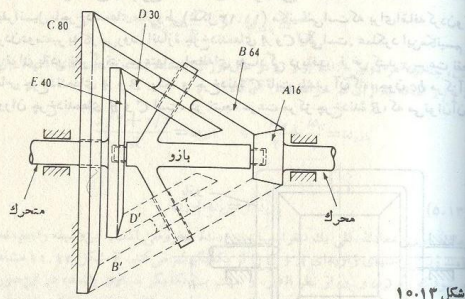
جدول ۵.۱۳

عضو	بازو	C	D, E	F
زنجیر قفل شده است، به بازویك دوران مثبت داده می شود	+۱	+۱	+۱	+۱
بازو قفل شده است، به C يك دوران منفی داده می شود	۰	-۱	$+\frac{48}{22}$	$+\left(\frac{48}{22} \times \frac{36}{108}\right)$
نتیجه	+۱	۰	+۳	$+\frac{5}{3}$

۵.۱۳ زنجیر چرخ دنده های مخروطی خورشیدی

از چرخ دنده های مخروطی می توان برای ساخت يك سیستم خورشیدی پیچیده تر استفاده كرد كه اجازه می دهد تا با داشتن چند چرخ دنده محدود، کاهش سرعت زیادی به وجود آید.

مثال ۵.۱۳ در شكل ۱۰.۱۳، A محرك و E متحرك است. C يك چرخ دنده ثابت است و B و D چرخ دنده های مركب هستند كه روی بازو به صورت آزاد گردش می كنند. چرخ دنده های B' و D' به صورت خطچین نشان داده شده اند زیرا از نظر سینماتیکی زائد هستند. می خواهیم رابطه ای میان تعداد گردشهای A و E بناییم. به هنگام تشکیل جدولی برای يك سیستم خورشیدی شامل چرخ دنده های مخروطی، روش كار مشابه همان است كه در مورد چرخ دنده های ساده گفته شد. تنها تفاوت در این است كه ستونهای مربوط به چرخ دنده های مخروطی كه محورهایشان با محورهای محرك و متحرك موازی نیست، در جدول خالی گذاشته می شود. این بدان خاطر است كه جهت گردش عقربه های ساعت یا خلاف آن برای چنین چرخ دنده هایی بی معناست. نتایج حاصله در جدول ۵.۱۳ آمده است و مشاهده می شود كه برای هر شش دور گردش مثبت A (محرك)، E (متحرك) به اندازه ۱/۱۶ دور مثبت می پیماید. بدین ترتیب نسبت کاهش سرعت برابر ۶ به ۱/۱۶ یا ۹۶ به ۱ خواهند بود.



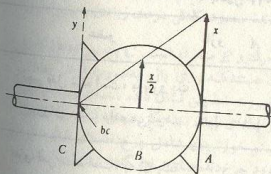
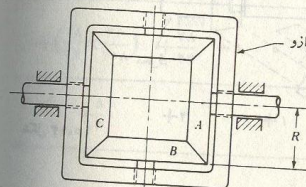
شكل ۱۰.۱۳

جدول ۵.۱۳

عضو	بازو	A	B	C	D	E
زنجیر قفل شده است، به بازو يك دوران مثبت داده می شود	+۱	+۱	...	+۱	...	+۱
بازو قفل شده است، به C يك دوران منفی داده می شود	۰	$+\frac{80}{16}$	...	-۱	...	$-\left(\frac{80}{64} \times \frac{30}{40}\right)$
نتیجه	+۱	+۶	...	۰	...	$+\frac{1}{16}$

۶-۱۳ دیفرانسیل با چرخ‌دنده‌های مخروطی

دیفرانسیل با چرخ‌دنده‌های مخروطی (شکل ۱۱-۱۳) مکانیسمی است که برای اضافه کردن و کم کردن دو متغیر به کار می‌رود. اندازه چرخ‌دنده‌های A و C یکی است. عملکرد این مکانیسم را می‌توان با در نظر گرفتن سرعت‌های نقطه‌ای به سادگی دریافت. فرض کنید x سرعت نقطه تماس چرخ‌دنده‌های A و B بوده و چرخ‌دنده C ثابت باشد. آن‌گاه، چون مرکز آنی دوران چرخ‌دنده‌های B و C است، در نتیجه سرعت مرکز چرخ‌دنده B ، که می‌توان آن را



شکل ۱۱-۱۳

به صورت نقطه‌ای روی امتداد بازو نیز در نظر گرفت، $x/2$ خواهد بود. بنابراین

$$\omega_A = \frac{x}{R} \quad \text{و} \quad \omega_B = \frac{x}{2R}$$

به همین ترتیب، اگر چرخ‌دنده A را ثابت و سرعت را y در نظر بگیریم، سرعت مرکز

چرخ‌دنده B برابر $y/2$ است. پس

$$\omega_C = \frac{y}{R} \quad \text{و} \quad \omega_B = \frac{y}{2R}$$

حال، چنانچه هر دو چرخ‌دنده A و C در حال دوران باشند، بسته به جهت‌های آنها، $y/2$ به $x/2$ اضافه یا از آن کم خواهد شد. آن‌گاه

$$\frac{x/2 + y/2}{R} = \omega_B \quad \text{یا} \quad \frac{\omega_A + \omega_C}{2} = \omega_B$$

و

$$\omega_A + \omega_C = 2\omega_B$$

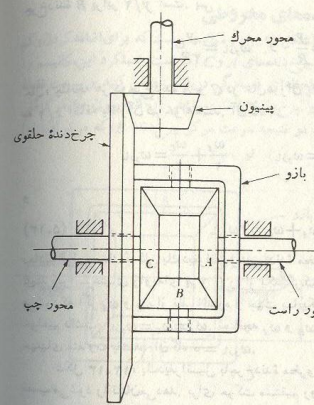
(۵-۱۳)

معادله فوق، معادله کلی یک دیفرانسیل چرخ‌دنده مخروطی است. این وسیله را دیفرانسیل نامند زیرا سرعت‌های زاویه‌ای A و C را از یکدیگر کم می‌کند. از شکل ۱۱-۱۳ مشاهده می‌شود که اگر ω_B و ω_C از نظر اندازه و جهت با یکدیگر مساوی باشند، در این صورت خواهیم داشت: $\omega_B = \omega_C = \omega_A$. چنانچه ω_B و ω_C از نظر اندازه مساوی ولی دارای جهت‌های متفاوت باشند، آن‌گاه $\omega_B = \omega_C = 0$ یا $\omega_A = 0$.

شکل ۱۲-۱۳، یک دیفرانسیل با چرخ‌دنده مخروطی که در چرخ‌های عقب اتوموبیلها نصب می‌شود را نشان می‌دهد. برای حرکت مستقیم رو به جلوی ماشین، هیچ گونه حرکت نسبی بین چرخ‌دنده‌های A ، B ، C و بازو وجود ندارد. بدین ترتیب

$$\omega_A = \omega_C = \omega_B$$

زمانی که ماشین در حال دور زدن است، باید سرعت چرخ خارجی عقب افزایش یابد و از سرعت چرخ داخلی عقب نیز به همان اندازه کاسته شود تا لاستیک‌های اتوموبیل روی زمین لغزند. از معادله (۵-۱۳) مشاهده می‌شود که برای یک مقدار مفروض ω_B ، اگر ω_C افزایش یابد، ω_A به همان اندازه کاهش خواهد یافت. بدین ترتیب دیفرانسیل به‌طور خودکار به یکی از چرخ‌های عقب دستور کاهش سرعت و به دیگری فرمان افزایش سرعت می‌دهد. چنانچه چرخ متصل به چرخ‌دنده C روی زمین خشک و چرخ متصل به چرخ‌دنده A روی یخ قرار گیرد، چرخ اولی ثابت باقی می‌ماند درحالی‌که چرخ دیگر با دوبرابر سرعت بازو به گردش در خواهد آمد. گشتاورهای اعمال‌شده به محورها A و C باید همواره مساوی یکدیگر باشند. چون عملاً هیچ گشتاوری روی محور A وجود ندارد، در نتیجه هیچ گونه گشتاوری روی محور C نیز ایجاد نمی‌شود. بدین ترتیب ماشین از جای خود حرکت نخواهد کرد.

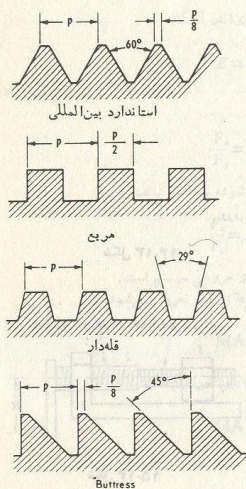


شکل ۱۳-۱۲

۷-۱۳ پیچ‌های انتقال

پیچها، پیچهای کلاهک‌دار و پیچهای قلمی، اجزایی هستند رزوه‌دار که برای گیر دادن دو عضو به یکدیگر از آنها استفاده می‌شود. این پیچها برای ایجاد حرکت نیز به کار می‌روند، که در این صورت به آنها پیچهای انتقال گویند. از رزوه SI (استاندارد بین‌المللی) که در شکل ۱۳-۱۳ نشان داده شده است در گیره‌های پیچی استفاده می‌شود سایر انواع رزوه برای پیچهای انتقال به کار می‌روند.

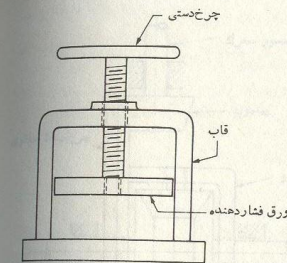
گام و جابو یک پیچ دارای همان تعاریف و مفاهیم پیشتر بیان شده برای یک حلزون است. فرض می‌شود که پیچ همواره راستگرد و تک‌راهه است. مگر آنکه به صراحت غیر از این گفته شود. برس شکل ۱۳-۱۴ دارای یک پیچ تک‌راهه با گام ۶ mm است. برای یک دور دوران چرخ‌دستی در جهت گردش عقربه‌های ساعت، وقتی که از بالا به آن نگاه شود، ورق فشاردهنده به اندازه ۶ mm نسبت به قاب ساکن جابجا می‌شود. یک پیچ مرکب از دو پیچ تشکیل می‌شود، که به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که حرکت



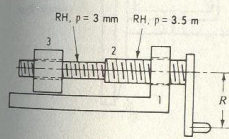
شکل ۱۳-۱۳

حاصله برابر مجموع حرکات هر پیچ باشد. در شکل ۱۳-۱۵، گام پیچ بزرگ ۳ mm و گام پیچ کوچک معادل ۳ mm است. برای یک دور گردش لنگ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت، وقتی که از طرف راست به آن نگاه شود، پیچ به میزان ۳ mm نسبت به قاب ساکن به طرف چپ حرکت می‌کند، و مهره ۳ به اندازه ۳ mm نسبت به پیچ به سمت چپ خواهد لغزید. حرکت نهایی مهره نسبت به قاب برابر ۳ + ۳ = ۶ mm رو به چپ است.

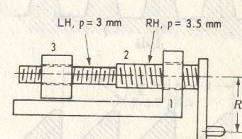
یک پیچ دیفرانسیل از دو پیچ تشکیل می‌شود که به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که حرکت نهایی برابر اختلاف حرکت آنهاست. فرض کنید به لنگ شکل ۱۳-۱۶ یک دور گردش در جهت حرکت عقربه‌های ساعت داده شود (وقتی که از طرف راست به آن نگاه شود). در این صورت پیچ به میزان ۳ mm نسبت به قاب ساکن به سمت چپ جابجا می‌شود، و مهره



شکل ۱۴-۱۳



شکل ۱۶-۱۳



شکل ۱۵-۱۳

نسبت به پیچ به طرف راست می لغزد. حرکت نهایی مهره نسبت به قاب برابر ۳mm است به پیچ به سمت چپ خواهد بود.

۸-۱۳ مزیت مکانیکی

فرض کنید شکل ۱۷-۱۳ به طور شماتیک یک مکانیسم دلخواه را نشان دهد، و s_i و s_o به ترتیب بیانگر میزان جابجایی نیروی ورودی F_i و نیروی خروجی F_o باشند. بازده E به صورت زیر تعریف می شود

$$E = \frac{W_o}{W_i}$$

که در آن W_o و W_i کار خروجی و کار ورودی اند. آن گاه

$$E = \frac{F_o s_o}{F_i s_i}$$

یا

$$\frac{F_o}{F_i} = E \frac{s_i}{s_o} \quad (۶-۱۳)$$

چنانچه صورت و مخرج کسر بر زمان تقسیم شود، خواهیم داشت

$$\frac{F_o}{F_i} = E \frac{V_i}{V_o} \quad (۷-۱۳)$$

که در آن V_o و V_i سرعت نیروهای ورودی و خروجی سیستم است. مزیت مکانیکی (MA) یک مکانیسم مطابق زیر تعریف می شود:

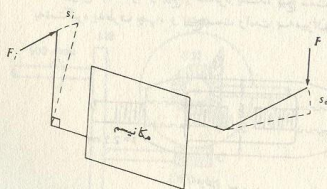
$$MA = \frac{F_o}{F_i} \quad (۸-۱۳)$$

در این صورت از معادله های (۶-۱۳) تا (۸-۱۳) خواهیم داشت

$$MA = E \frac{s_i}{s_o} \quad (۹-۱۳)$$

و

$$MA = E \frac{V_i}{V_o} \quad (۱۰-۱۳)$$



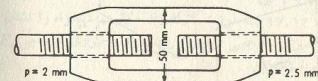
شکل ۱۷-۱۳

چنانچه اصطکاک نباشد، بازده برابر ۱۰۰ خواهد بود. چون تأثیر اصطکاک را نمی‌توان از نظر کمی بدون داشتن ابعاد میل‌ها و اتصالات تعیین کرده، در نتیجه در مراحل اولیه طراحی يك مكانيسم معمولاً آن‌را در نظر نمی‌گیرند. در مسائل، بازده برابر ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود مگر اینکه خلاف آن عنوان شود. در مکانیسمهایی که نسبت s_i/s_o ثابت است، معادله (۹.۱۳) برای تعیین مزیت مکانیکی مناسب خواهد بود. برای بسیاری از مکانیسمها، نسبت s_i/s_o متغیر است. در این صورت مزیت مکانیکی برای هر فاز مورد نظر از مکانیسم را می‌توان با تحلیل سرعت برای آن فاز و جایگزینی مقادیر V_i و V_o در معادله (۱۰.۱۳) تعیین کرد.

مثال ۹.۱۳ می‌خواهیم مزیت مکانیکی پیچ فلای‌دار شکل ۱۸.۱۳ را در دو حالت زیر به‌دست آوریم: اول، پیچها در دو جهت مختلف‌اند و دوم، در صورتی که هر دو در يك جهت گردش کنند. نیروی ورودی، عمود بر صفحه کاغذ و مماس بر دستگیره، در يك شعاع ۲۵ میلی‌متری عمل می‌کند. اگر به‌دستگیره يك دور گردش کامل در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت‌داده‌شود (وقتی که از طرف راست نگریسته شود)، این نیرو فاصله $E\pi(25) = 157\text{mm}$ را $s_i = 2\pi R = 2\pi(25)$ می‌دهد. چنانچه پیچ سمت چپ از نوع چپگرد باشد، به‌اندازه ۲mm نسبت به‌دستگیره به‌طرف راست حرکت خواهد کرد. در صورتی که پیچ سمت راست از نوع راستگرد باشد، به‌میزان ۲.۵mm نسبت به‌دستگیره به‌طرف چپ خواهد رفت. نیروی خروجی در راستای محور پیچها عمل می‌کند و به‌اندازه تغییر فاصله بین دو انتهای پیچها جابجا می‌شود. در نتیجه $s_o = 2.5 - 2 = 0.5\text{mm}$. بنابراین از معادله (۹.۱۳) خواهیم داشت

$$MA = E \frac{s_i}{s_o} = (1) \frac{157}{0.5} = 314$$

در صورتی که هر دو پیچ راستگرد باشند، پیچ سمت چپ به‌اندازه ۲mm نسبت به‌دستگیره به‌طرف چپ، و پیچ سمت راست به‌میزان ۲.۵mm نسبت به‌دستگیره



شکل ۱۸-۱۳

به‌طرف چپ حرکت خواهد کرد. در نتیجه، تغییر فاصله بین دو انتهای پیچ عبارت است از

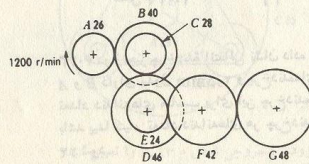
$$s_o = 2.5 - 2 = 0.5\text{mm}$$

بنابراین

$$MA = (1) \frac{157}{0.5} = 314$$

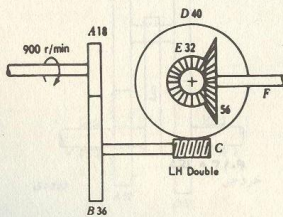
مسائل

۱۰.۱۳/ اندازه و جهت گردش چرخ‌دنده G در زنجیر چرخ‌دنده نشان داده شده در شکل م ۱۰.۱۳ را برحسب دور در دقیقه پیدا کنید.



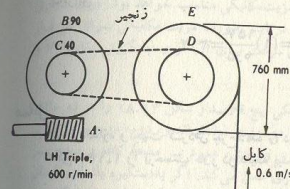
شکل م ۱۰.۱۳

۲۰.۱۳ اندازه گردش چرخ‌دنده F شکل م ۲۰.۱۳ را برحسب دور در دقیقه پیدا کنید. جهت دوران، وقتی که از طرف راست نگریسته شود، را بیابید.



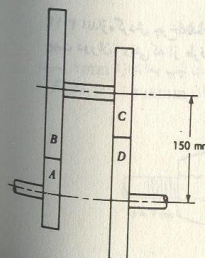
شکل م ۲۰.۱۳

۳۰۱۳ تعداد دندانهای موجود روی چرخ زنجیر D در شکل م ۳۰۱۳ را، اگر سرعت کابل تقریباً 2 ft/s باشد، پیدا کنید. همچنین جهت گردش A ، وقتی که از طرف راست نگریسته شود، را بیابید.



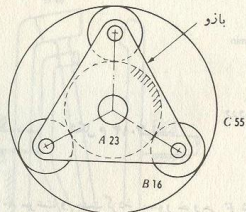
شکل م ۳۰۱۳

۴۰۱۳ در زنجیر چرخدنده انتقالی نشان داده شده در شکل م ۴۰۱۳، چرخدندههای A و B دارای مدول 2 mm و چرخدندههای C و D دارای مدول 2 میلیمتر اند. تعداد دندانهای مناسب برای این چرخدندهها را اگر نسبت سرعت تقریباً $1:4$ باشد پیدا کنید. تعداد دندانهای هر چرخدنده باید حداقل باشد، ولی نباید کمتر از ۲۴ شود.



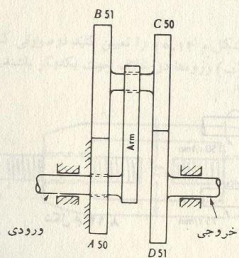
شکل م ۴۰۱۳

۵۰۱۳ مکانیسم بالابرنده سرعت جعبهدنده يك اتوموبیل در شکل م ۵۰۱۳ نشان داده شده است. زمانی که این مکانیسم در حالت «درگیر» باشد، بازو قدرت را از موتور می گیرد و با سرعت موتور دوران می کند. چرخدنده A ثابت است. چرخدنده داخلی C مستقیماً بهمیل کاردان اتوموبیل متصل است و همراه با آن گردش می کند. نسبت تبدیل محور عقب برابر ۳٫۵، و قطر خارجی لاستیکها 27 in است. اگر ماشین با سرعت 60 m/h حرکت کند، سرعت موتور را تعیین کنید وقتی که (الف) بالابرنده سرعت جعبهدنده در حالت «درگیر» (ارتباط مستقیم موتور با دیفرانسیل) نباشد، و (ب) بالابرنده سرعت جعبهدنده در حالت «درگیر» باشد.



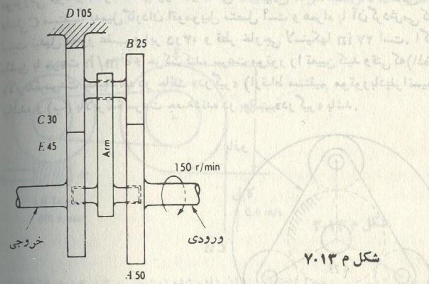
شکل م ۵۰۱۳

۶۰۱۲ کاهش سرعت بین محورهای ورودی و خروجی شکل م ۶۰۱۳ را تعیین کنید. در صورتی که محور ورودی در جهت گردش عقربههای ساعت حرکت کند، وقتی که از طرف راست به آن نگریسته شود، جهت دوران محور خروجی را پیدا کنید.



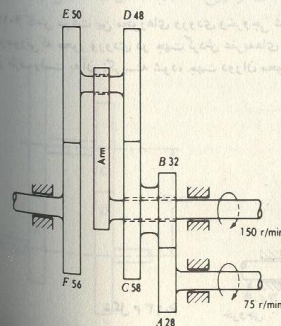
شکل م ۶۰۱۳

✓ ۷۰۱۳ سرعت و جهت گردش محور خروجی شکل م ۷۰۱۳ را وقتی که از طرف راست به آن نگرینته شود تعیین کنید.



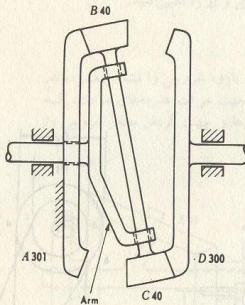
شکل م ۷۰۱۳

✓ ۸۰۱۳ سرعت و جهت گردش محور خروجی F شکل م ۸۰۱۳ را پیدا کنید.



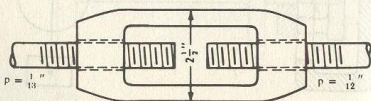
شکل م ۸۰۱۳

۹۰۱۳ در زنجیر چرخ‌دنده شکل م ۹۰۱۳، چرخ‌دنده A ثابت، بازو محرك، و چرخ‌دنده D عضو متحرك است.
(الف) کاهش سرعت زنجیر چرخ‌دنده را تعیین کنید. اگر بازو در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران کند، وقتی که از طرف راست به آن نگرینته شود، جهت گردش چرخ‌دنده D را تعیین کنید.
(ب) مشابه مورد (الف)، با این تفاوت که شماره دنده‌های چرخ‌دنده‌های A و D با یکدیگر جابجا شوند.



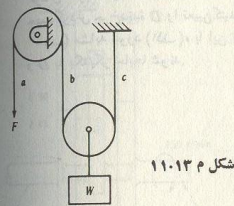
شکل م ۹۰۱۳

۱۰۰۱۳ مزیت مکانیکی پیچ قلابدار شکل م ۱۰۰۱۳ را تعیین کنید در صورتی که (الف) رزومه‌ها در یک جهت باشند و (ب) رزومه‌ها در خلاف جهت یکدیگر باشند.

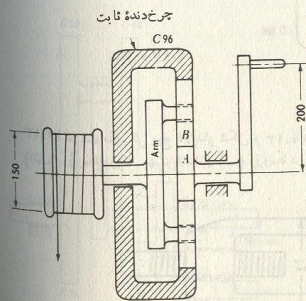


شکل م ۱۰۰۱۳

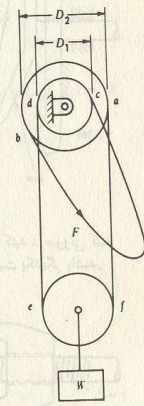
۱۱-۱۳ مزیت مکانیکی سیستم قرقره نشان داده شده در شکل م ۱۱-۱۳ را تعیین کنید. راهنمایی: اگر بار W به اندازه 1 ft به سمت بالا حرکت کند، نیروی اعمال شده F چه اندازه جابجا خواهد شد؟



شکل م ۱۱-۱۳



شکل م ۱۳-۱۳

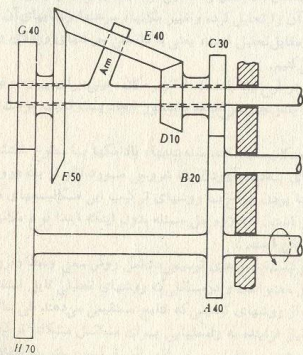


شکل م ۱۳-۱۳

۱۲-۱۳ مزیت مکانیکی بالابر نشان داده شده در شکل م ۱۲-۱۳ را بیابید. دو قرقره D_1 و D_2 به صورت یک واحد عمل می کنند. یک حلقه بسته سیمی یا نخ در نقطه a از روی قرقره بزرگتر عبور می کند، در نقطه b از آن جدا می شود، در نقطه c روی قرقره کوچکتر انتقال می یابد، و در نقطه d از آن جدا می شود. راهنمایی: برای یک دور گردش قرقره های بالایی، مسافت حرکت نیروی اعمال شده F و میزان کوتاه شدن حلقه $defa$ را پیدا کنید؛ آن گاه مقدار حرکت روبه بالای W را حساب کنید.

۱۳-۱۳ مزیت مکانیکی بالابر نشان داده شده در شکل م ۱۳-۱۳ برابر ۲۴ است. تعداد دنده های موجود روی چرخ دنده های A و B را تعیین کنید.

۱۴-۱۳ در شکل م ۱۴-۱۳، محور به همراه بازو، خروجی را تشکیل می دهند. برای یک دور گردش محور پایینی در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت، که شامل چرخ دنده های A و H است، تعداد دورها و جهت گردش محور خروجی را تعیین کنید.



شکل م ۱۴-۱۳

۱۶۰۱۳ در مسئله ۱۰۶، مزیت مکانیکی مکانیسم را در فاز نشان داده شده تعیین کنید. در تحلیل خود از سرعتها استفاده کنید، و توجه داشته باشید که سرعت ورودی در نقطه B عمل می کند در حالی که سرعت خروجی در نقطه E اعمال می شود.

14

[illegible]

۱۰۱۲ مقدمه

[illegible]

این روش را قبلاً در طرح يك بادامك با تغيير مكان معینی برای پیرو و پیروین
تعداد دندانهای اعضای يك زنجیر چرخ دنده به منظور ایجاد يك نسبت سرعت مورد نظر
به كار بردیم.

از انواع مختلف مکاتیبها مانند میله تنبیه، بادامها، سبوح خشکی، سبیل چرخ دنده‌ها، می توان برای بدست آوردن یک خروجی مورد نظر از یک کد ورودی متن استفاده کرد. بنابراین آشنا بودن طراح با روشهای ترکیب مکاتیبهای مختلف از اهمیت بسزایی برخوردار است. به علاوه حل مسئله بدون اینکه ابتدا نوع مکاتیب مورد استفاده را فرض کنیم ناممکن است.

در مراحل اولیه ترکیب، شیوه‌های ترسیمی، شامل روش سعی و خطا و دربرسی نام بود. چنین شیوه‌هایی هنوز مفاهیم و معیارهاست و در مسائلی که روشهای تحلیلی قابل استفاده نباشند، به‌کار می‌روند. از این‌برخی از شیوه‌های ترسیمی که نتایج مستقیمی می‌دهند ولی مالیات دراز باعث شده است، این‌ها نیز فزاینده برای راه‌حلهایی برای مسائل مشترکتر ترکیب، منجر به توسعه و شتاب تحلیلی شد. ریاضیات برخی از مسائل ترکیب، حتی در چهار میله‌ها