۱۸

چرخ‌لنگرها

۱۰۱۸ مقدمه

چرخ‌لنگر، یك‌جرم دوار است که برای ذخیرهٔ انرژی درماشین به‌کارمی‌رود. انرژی‌جنبشی یك جسم دوار برابر $\frac{1}{2}I\omega^2$ (۱/۲) است که I گشتاور ماند حول محور دوران و ω سرعت زاویه‌ای محسوب می‌شود. اگر سرعت ماشین افزایش یابد، انرژی در چرخ‌لنگر ذخیره می‌شود و اگر سرعت کاهش یابد، انرژی به‌وسیلهٔ چرخ‌لنگر بازگردانده می‌شود.

در دونوع ماشین، چرخ‌لنگر به‌کار می‌رود. نوع‌اول به‌صورت یك مولد الکتریکی نشان داده می‌شودکه با یك موتور احتراقی به‌حرکت درمی‌آید. یك موتور درون ـ سوز چهارزمانهٔ تك سیلندر را در نظر بگیرید. گشتاور تحویلی به‌مولد به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای متغیر است، چون در هر دو دور چرخش، یك ضربهٔ قدرت وجود دارد. ولتاژ خروجی یك مولد تابع سرعت است و تغییر ولتاژ باعث سوسوزدن چراغها می‌شود. در چنین‌مواردی برای اطمینان از تأمین سرعت و گشتاور تقریباً یکنواخت برای مولد، از چرخ لنگر استفاده می‌شود.

ماشین نوع دوم که از چرخ‌لنگر استفاده می‌کند، به‌صورت یك پرس سوراخکاری نشان داده می‌شود. فرایند سوراخکاری هنگام عمل برش به قدرت زیادی نیاز دارد و اگر از چرخ‌لنگر استفاده نشود، تمامی این‌قدرت بایستی به‌وسیلهٔ موتور تأمین شود. بنابراین موتور بزرگی مورد نیاز خواهد بود. درصورت استفاده ازچرخ‌لنگر می‌توان موتورنسبتاً کوچکتری به کار برد. علت ذخیرهٔ انرژی موتور در فاصلهٔ زمانی بین دو عمل برش و استفادهٔ آنی از این انرژی درحین انجام برش است.

۲.۱۸ ضریب نوسان

ضریب نوسان، تغییر مجاز در سرعت است و به‌صورت

$$C=\frac{\omega_1-\omega_2}{\omega}$$

تعریف می‌شود. که درآن

ω_1 = حداکثر سرعت زاویه‌ای چرخ‌لنگر

ω_2 = حداقل سرعت زاویه‌ای چرخ‌لنگر

ω = میانگین سرعت زاویه‌ای چرخ‌لنگر

همچنین

$$C=\frac{V_1-V_2}{V}$$

که درآن

V_1 = حداکثر سرعت نقطهٔ معینی از چرخ‌لنگر

V_2 = حداقل سرعت همان نقطهٔ چرخ‌لنگر

V = میانگین سرعت همان نقطهٔ چرخ‌لنگر

مقدار این ضریب در عمل از ۰ر۲ برای ماشینهای سنگ شکن تا ۰ر۰۰۲ برای مولدهای الکتریکی تغییر می‌کند. مقدار توصیه شده برای انواع مختلف ماشینها در هندبوکهای مهندسی وکتب درسی طراحی ماشین ذکر شده است.

۳.۱۸ جرم چرخ‌لنگر به‌ازای ضریب نوسان سرعت معین

چرخ‌لنگر شکل ۱.۱۸ را در نظر بگیرید و فرض کنید سرعت زاویه‌ای تغییر می‌کند. V_1 حداکثر سرعت طوقه، V_2 حداقل سرعت طوقه و V میانگین سرعت طوقه است. آن‌گاه

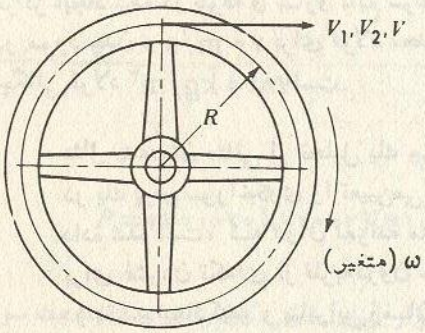
$$V=\frac{V_1+V_2}{2}$$

یا

$$2V=V_1+V_2 \qquad (1.18)$$

چون ضریب نوسان سرعت

$$C=\frac{V_1-V_2}{V}$$



شکل ۱۰۱۸

پس

$$CV = V_1 - V_2 \qquad (۲.۱۸)$$

فرض کنید M، تمام جرم چرخ‌لنگر، در R، شعاع میانگین طوقه، متمرکز باشد. آن‌گاه انرژی جنبشی (KE) در سرعتهای V_1 و V_2 چنین است

$$\mathrm{KE}_1 = \frac{1}{2}MV_1^2 \qquad \text{و} \qquad \mathrm{KE}_2 = \frac{1}{2}MV_2^2$$

اگر تغییرات انرژی جنبشی را با E نشان دهیم، آن‌گاه

$$E = \frac{1}{2}M(V_1^2 - V_2^2) \qquad (۳.۱۸)$$

از ضرب معادله‌های (۱.۱۸) و (۲.۱۸) در یکدیگر، خواهیم داشت

$$2CV^2 = V_1^2 - V_2^2 \qquad (۴.۱۸)$$

و جایگزینی معادلهٔ (۴.۱۸) در (۳.۱۸) نتیجه می‌دهد

$$E = MCV^2 \qquad (۵.۱۸)$$

در یک چرخ‌لنگر واقعی تمام جرم در طوقه متمرکز نشده است. اما چرخ‌لنگر معمولاً به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که عمدهٔ جرم آن در طوقه قرار گیرد، تا انرژی جنبشی به‌ازای یک سرعت زاویه‌ای معین بزرگ‌تر باشد. در معادله‌های بالا M جرم مؤثر چرخ‌لنگر در طوقه و مساوی جرم طوقه بـه علاوهٔ اثر بازوها و نافی است. در یک چرخ لنگر بازودار، جرم واقعی طوقه ۹۰ درصد جـرم مؤثر M است. چـون تنشهای ناشی از نیروهای گریز از

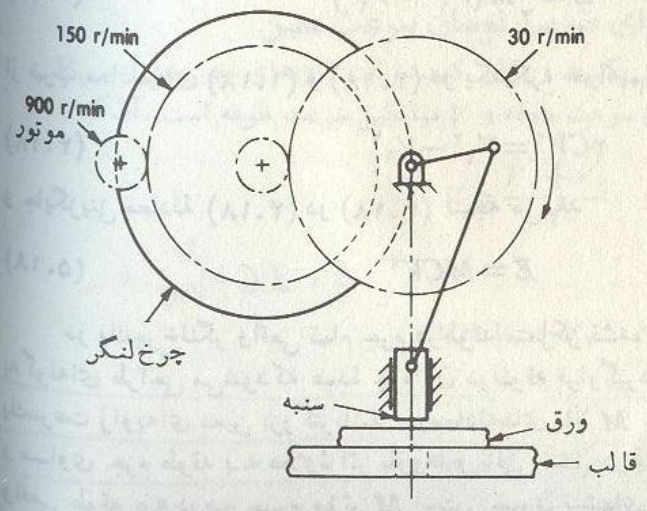
مرکز ایجاد شده در طوقه و بازو تابع سرعت‌اند، سرعت طوقه V معمولاً به $30\ m/s$ در مورد چدن و $40\ m/s$ برای فولاد محدود می‌شود. چگالی چدن $7090\ kg/m^3$ و چگالی فولاد $7830\ kg/m^3$ است.

مثال به‌عنوان مثالی از تحلیل یك چرخ‌لنگر، اندازهٔ چرخ‌لنگر لازم برای استفاده در یك پرس سوراخکاری را تعیین‌می‌کنیم. نموداری از پرس در شکل ۲.۱۸ نشان داده شده است، که درآن لغزندهٔ متعلق به مکانیسم لغزنده ـ لنگ به‌صورت سنبه برای فشردن تکه‌ای از فلزبه‌درون حفرهٔ قالب عمل می‌کند. پرس باید ۳۰سوراخ در دقیقه ایجادکند، و بنابراین زمان بین عملیات سوراخکاری، $2\ s$ است. فرض می‌کنیم که سوراخکاری واقعی ۱/۶ از زمان بین عملیات را به خود اختصاص می‌دهد، یا زمان‌واقعی‌سوراخکاری $s(1/3) = 2(1/6)$ است. باید سوراخی‌به‌قطر $20mm$ در یك ورق از جنس فولاد ۱۰۲۵ با ضخامت $13mm$ ایجاد شود. موتور محرك $900\ r/min$ می‌زند، که به‌کمك چرخ‌دنده‌های کاهش سرعت، ۳۰ سوراخ در دقیقه ایجاد می‌کند.

درابتدا انرژی لازم برای سوراخکاری را محاسبه می‌کنیم. حداکثر انرژی لازم برای برش ورق به‌صورت

$$P = \pi d t \tau$$

بیان می‌شود.



شکل ۲.۱۸

که در آن
d = قطر سوراخ، m
t = ضخامت ورق، m
τ = مقاومت برشی، Pa[1]
نیروی حداکثر را می‌توان به‌صورت

$$P = \pi(۰٫۰۲۰)(۰٫۰۱۳)(۳۱۰ \times ۱۰^۶) = ۲۵۳۰۰۰ \text{ N}$$

بیان کرد.

شکل ۳.۱۸ یك منحنی نمونه‌وار نیرو ـ تغییرمکان را برای ایجاد یك سوراخ درمادهٔ چکش‌خواری مانند فولاد نشان می‌دهد. مساحت زیرمنحنی نیرو ـ تغییرمکان در شکل ۳.۱۸ الف را می‌توان به‌صورت یك مثلث بتقریب حساب کرد وآن‌گاه کار انجام شده در ایجاد این سوراخ عبارت است از:

$$W_k = \frac{۱}{۲} P t$$

که در آن
W_k = کار انجام شده، J
P = حداکثر نیرو، N
t = ضخامت ورق، m

بنابراین

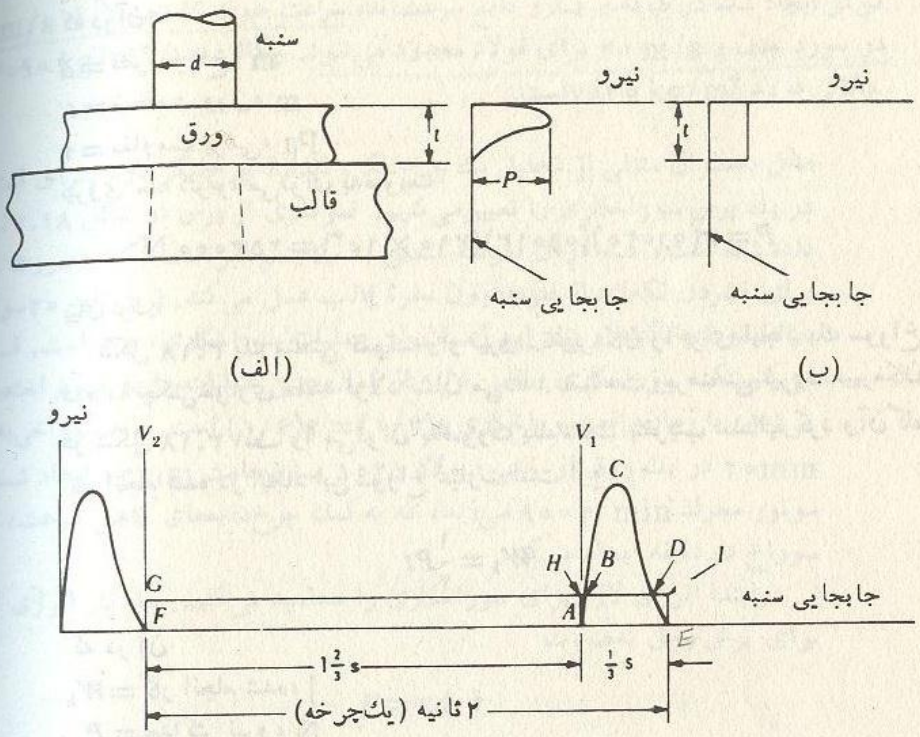
$$W_k = \frac{۱}{۲}(۲۵۳۰۰۰)(۰٫۰۱۳) = ۱۶۴۰ \text{ J}$$

تحلیل بدون چرخ‌لنگر توان میانگین لازم حین‌عملیات سوراخکاری با فرض‌منحنی نیرو ـ تغییرمکان به‌صورت یك مستطیل، مطابق شکل ۳.۱۸ ب، برابر است با

$$\frac{W_k}{\text{زمان}} = \frac{۱۶۴۰}{\frac{۱}{۳}} = ۴۹۲۰ \text{ W}$$

---

۱) هندبوك ماشین آلات (the Industrial/press, New York) مقدار ۰٫۷۵ تنش تسلیم درکشش یا تقریباً ۳۱۰ × ۱۰۶ پاسکال را برای τ می‌دهد.



شکل ۳.۱۸

اما چون مقدار P در شکل ۳.۱۸ الف دو برابر مقدار آن در شکل ۳.۱۸ ب است، بنابراین حداکثر توان لحظه‌ای باید عملاً حدود ۹۸۴۰ W باشد.

تحلیل با چرخ‌لنگر در صورت استفاده از یک‌چرخ‌لنگر، قدرت مورد نیاز موتور به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. شکل ۳.۱۸ ج نشان می‌دهدکه زمان بین عملیات سوراخکاری ۲ s و زمان لازم برای عملیات سوراخکاری ۱/۳ s است. کار انجام شده در هر چرخه قبلاً برابر ۱۶۴۰ J محاسبه شد که با مساحت $ABCDE$ درشکل نشان داده شده است و باید در زمان (۱/۳)s تأمین شود. اگر چرخ‌لنگر به‌کار رود، همین مقدار انرژی باید در هرچرخه تأمین شودکه با مساحت $FGIE$ نشان داده شده است. بنابراین به‌کمک یک چرخ‌لنگر ۱۶۴۰ J انرژی در مدت ۲ s تأمین‌می‌شود ونشانگر این‌مطلب است‌که موتوری‌به‌قدرت $1640/2 = 820$ W لازم داریم. در فاصلهٔ زمانی (۱/۳)s عملیات سوراخکاری، موتور، انرژی لازم

نشان داده شده با مساحت $AHIE$ را که ۲۷۳ J است، تأمین می‌کند. اما انرژی لازم برای سوراخکاری با مساحت $ABCDE$ نشان داده شده که ۱۶۴۰ J است. بنابراین ۱۳۶۷ J = ۲۷۳ − ۱۶۴۰ انرژی باید ازچرخ‌لنگر گرفته شود. ازاین‌رو می‌بینیم که انرژی تأمین شده به وسیلهٔ موتور حین عملیات سوراخکاری ۱/۶ = ۲۷۳/۱۶۴۰ کل انرژی لازم در یك چرخهٔ کامل است.

برای تعیین جرم و اندازهٔ چرخ لنگر، قطر میانگین طوقه را ۹۰۰ mm فرض می‌کنیم. آن‌گاه سرعت میانگین طوقه

$$V=\frac{\pi Dn}{۶۰}=\frac{\pi(۰٫۹۰۰)(۱۵۰)}{۶۰}=۷٫۰۷\ \mathrm{m/s}$$

اگر ضریب مجاز نوسان سرعت را ۰٫۱۰ فرض‌کنیم، آنگاه از معادله‌های(۱.۱۸) و (۲.۱۸) داریم

$$۰٫۷۰۷=V_۱-V_۲ \qquad \text{و} \qquad ۱۴٫۱۴=V_۱+V_۲$$

و

$$V_۱=۷٫۴۲\ \mathrm{m/s} \qquad \text{و} \qquad V_۲=۶٫۷۲\ \mathrm{m/s}$$

برای امتحان:

$$C=\frac{V_۱-V_۲}{V}=\frac{۷٫۴۲-۶٫۷۲}{۷٫۰۷}=۰٫۱۰$$

از معادلهٔ (۵.۱۸) داریم

$$M=\frac{E}{CV^۲}=\frac{۱۳۶۷\ \mathrm{N\cdot m}}{۰٫۱(۷٫۰۷\ \mathrm{m/s})^۲}=(۲۷۳\ \mathrm{N})\frac{\mathrm{s^۲}}{\mathrm{m}}=۲۷۳\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s^۲}}\cdot\frac{\mathrm{s^۲}}{\mathrm{m}}=۲۷۳\ \mathrm{kg}$$

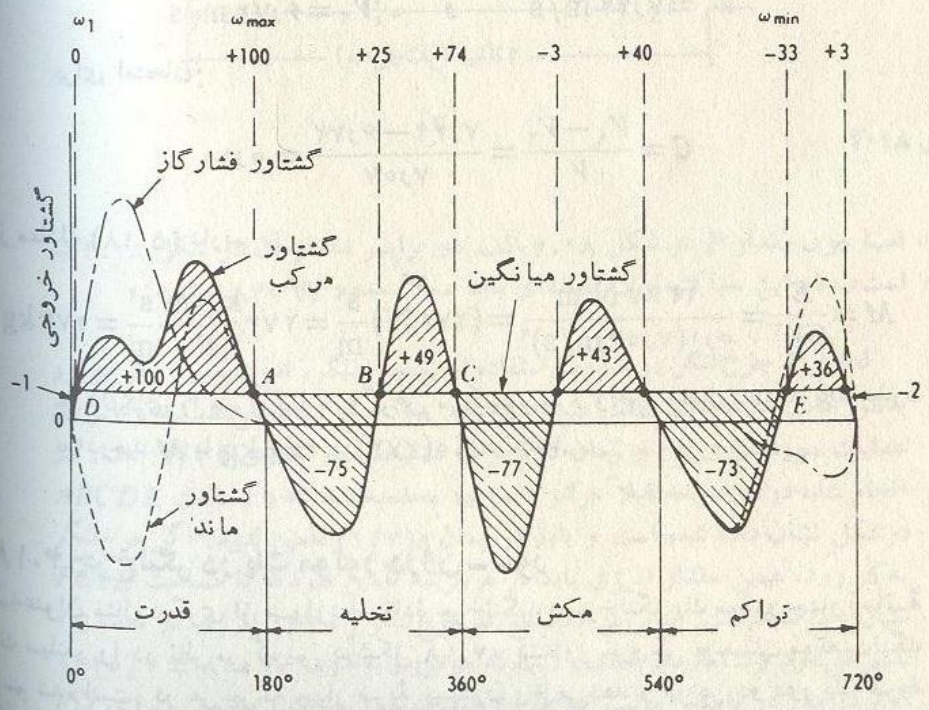
چرخ‌لنگری را همراه با بازو فرض می‌کنیم، جرم واقعی (فعال) طوقه باید حدود ۹۰درصد M یا ۲۴۶ kg = (۲۷۳)۰٫۹۰ باشد.

۴.۱۸ چرخ‌لنگر در یك موتور درون‌ـسوز

به‌عنوان مثال دیگری از موارد استفادهٔ چرخ‌لنگر، چرخ‌لنگر یك موتور چهار زمانهٔ تك سیلندر را در نظر می‌گیریم. درشکل ۴.۱۸، گشتاور خروجی برحسب موقعیت‌لنگ رسم شده است. در هر چرخه چهار ضربهٔ پیستون رخ می‌دهد و در هر دو دور یك ضربهٔ قدرت وجود دارد. گشتاور مرکب خروجی، مجموع گشتاور ناشی از فشار گاز و گشتاور

ماند است. فشار گـاز روی پیستون را می‌تـوان از یك نمودار فشارسنج کـه فشار گاز را به‌صورت تابعی ازموقعیت پیستون می‌دهد، تعیین کرد. گشتاور خروجی ناشی از فشار گاز را می‌توان با تحلیل نیروی استاتیکی یافت و برحسب موقعیت زاویه‌ای لنگ رسم کرد. گشتاور خروجی ماند از تحلیل نیروی ماند به‌دست می‌آید.

مساحت بالای خط گشتاور صفر، کار مثبت انجام شده توسط موتور و مساحت زیر این خط، کار منفی را نشان می‌دهد. گشتاور میانگین با جمع‌زدن این مساحتها و تقسیم آنها بـر ۷۲۰° تغییرمکان لنگ به‌دست می‌آید. اگـر ماشینی کـه توسط موتور به‌حرکت درمی‌آید، گشتاور مقاومی مساوی بـا گشتاور میانگین ایجادکند، باید بـه‌روش مناسب منحنی گشتاور مرکب را یکنواخت ساخت. هدف‌از به‌کاربردن چرخ‌لنگر، یکنواخت‌کردن گشتاور خروجی است. سطوح هاشور خوردهٔ بالای خط گشتاور میانگین، انرژی اضافی که سرعت را افزایش می‌دهد و انرژی را در چرخ‌لنگر ذخیره می‌کند، وسطوح هاشورخوردهٔ زیر خط گشتاور میانگین، کاهش در انرژی که سرعت را کاهش می‌دهد وانرژی ازچرخ‌لنگر می‌گیرد را نشان می‌دهـد. مقدار نسبی سطوح هاشور خورده در شکل به‌وسیلهٔ اعداد در داخل سطوح نشان داده شده است.



شکل ۴۰۱۸

به‌منظور تعیین انرژی ذخیره شده در چرخ‌لنگر، باید موقعیتی را بیابیم که درآن سرعت لنگ حداکثر است. در ابتدا احتمال می‌دهیم که سرعت در انتهای ضربهٔ قدرت حداکثر و در شروع ضربهٔ قدرت حداقل باشد. اما پس از بررسی شکل ۴.۱۸ درمی‌یابیم که این انتخاب صحیح نیست. اگر از نقطهٔ A آغاز کنیم و به‌نقطهٔ B برسیم، ملاحظه می‌شود که سطح زیرمنحنی گشتاور مرکب منفی است و نشانگر کاهش انرژی و بنابراین کاهش سرعت است. سپس وقتی از B به C می‌رویم، ملاحظه می‌کنیم که سطح مثبت و نشانگر اضافه بودن انرژی و افزایش سرعت است. از این‌رو سرعتهای حداقل و حداکثر در محل تقاطع منحنی گشتاور مرکب با منحنی گشتاور میانگین به‌وجود می‌آیند.

به‌منظور یافتن نقاط سرعتهای حداکثر و حداقل، به‌طور اختیاری از D، اولین نقطهٔ تقاطع منحنی گشتاور مرکب با منحنی گشتاور میانگین، شروع می‌کنیم و سرعت را در اینجا ω_1 می‌نامیم. در این نقطه انرژی جنبشی E_1 است و وقتی به‌طرف A پیش می‌رویم، چون انرژی اضافی برابر ۱۰۰ است، پس انرژی A در $E_1 + 100$ خواهد بود. سپس با پیشروی به‌طرف نقطهٔ B، کاهشی معادل ۷۵ واحد در انرژی پدید می‌آید و بنابراین وقتی به B می‌رسیم مقدار انرژی به $E_1 + 25$ کاهش یافته است. در قسمت بالای شکل، سطح انرژی نسبی برای هرمحل تقاطع منحنی، مشخص شده است و ملاحظه می‌کنیم که حداکثر سرعت در نقطهٔ A به‌وجود می‌آید که درآن انرژی حداکثر است و حداقل سرعت در نقطهٔ E به‌وجود می‌آید که درآن انرژی حداقل است. آنگاه حداکثر تغییرات انرژی به‌وسیلهٔ جمع جبری سطوح سایه‌دار بین این نقاط تعیین می‌شود. این انرژی را می‌توان درمعادلهٔ (۵.۱۸) به‌کار برد.

مسائل

۱.۱۸ میل لنگ یك سنگ‌شکن با سرعت ۶۰ r/min دوران می‌کند و نمودار نیرو ـ تغییرمکان آن مشابه شکل ۳.۱۸ ج است. توان میانگین ورودی W ۷۴۵۷ است. عملیات سنگ‌شکنی فعال نیاز به ۱/۵ s زمان دارد و در هر دو دور میل‌لنگ یکبار رخ می‌دهد.

(الف) انرژی ذخیره شده در چرخ‌لنگر را برحسب ژول تعیین کنید.

(ب) جرم لازم طوقه چرخ‌لنگر را در صورت نصب چرخ‌لنگر روی میل‌لنگ تعیین کنید. فرض کنید که بازوها و قسمت میانی چرخ ۱۰ درصد جرم مؤثر طوقه را تشکیل می‌دهند. قطرمیانگین طوقه باید ۱۸۲۹ mm باشد. ضریب نوسان سرعت را ۰٫۲ بگیرید و فرض کنید که سرعت میانگین طوقه در ۶۰ r/min رخ می‌دهد.

۲.۱۸ یك سوراخ به قطر ۱۷ mm باید در یك ورق فولاد ۱۰۲۵ به‌ضخامت ۱۹ mm به‌وجود آید. باید در هر دقیقه ۲۰ سوراخ ایجاد شود و سوراخکاری فعال (واقعی) در ۱/۵ s فاصلهٔ‌زمانی بین‌سوراخکاریها انجام می‌شود. موتورمحرك با دور ۱۲۰۰ r/min

کار می‌کند و به‌وسیلهٔ چرخ‌دنده به‌میل گاردان با دور ۱۶۰ r/min متصل شده و روی آن چرخ‌لنگر نصب شده است. میل گاردان به‌منظور ایجاد ۲۰ سوراخ در دقیقه به‌وسیلهٔ چرخ‌دنده به میل‌لنگ پرس متصل شده است. مقاومت برشی ورق را می‌توانید $310 \times 10^6 Pa$ بگیرید.

(الف) یک نقشه مشابه شکل ۲.۱۸ بکشید و سرعتهای محورها را نامگذاری کنید. همچنین یک نقشه مشابه شکل ۳.۱۸ ج رسم کنید و توان لازم موتور را در صورت عدم به‌کارگیری چرخ‌لنگر بیابید.

(ب) توان لازم را برای موتور با فرض به‌کاربردن چرخ‌لنگر پیدا کنید.

(ج) جرم طوقهٔ چرخ‌لنگر را با فرض اینکه ۹۰ درصد جرم مؤثر طوقه به‌تنهایی متعلق به‌طوقه است تعیین کنید. سرعت متوسط در قطر میانگین طوقه ۲۰ m/s وضریب نوسان سرعت ۰٫۱۰ است.

(د) اگر جرم کلی چرخ‌لنگر تقریباً ۱٫۲۵ برابر جرم طوقه باشد، جرم کلی تقریبی چرخ‌لنگر را بیابید.

(ه) اگر طوقهٔ چرخ‌لنگر سطح مقطع مربعی داشته باشد، ابعاد آن‌را تعیین کنید. طوقه از چدن با چگالی $7090 kg/m^3$ ساخته شده است.

(و) اگر چرخ‌لنگر از ورق چدن دایره‌ای تو پر ساخته شده باشد، جرم چرخ‌لنگررا برای سرعت محیطی میانگین ۲۰ m/s تعیین کنید. ضریب مجاز نوسان سرعت ۰٫۱۰ است.

۳.۱۸ یک موتور چهار زمانهٔ تک سیلندر باید به‌منظور تعیین لزوم وجود چرخ‌لنگر مورد تجزیه و تحلیل واقع شود. منحنیهای گشتاور فشار گاز، گشتاور ماند و گشتاور مرکب رسم شده و مشابه شکل۴.۱۸ است. سطوح سایه‌دار بالا و پایین منحنی گشتاورمیانگین، به‌منظور تعیین محل نقاط حداکثر و حداقل ω، با مساحت‌سنج اندازه‌گیری شده است. این نقاط به‌فاصله ۴۸۵° از یکدیگر قرار گرفته‌اند. سطوح سایه‌دار بین نقاط A و E عبارت‌اند از $-774 mm^2$، $+510 mm^2$، $-793 mm^2$، $+445 mm^2$، و $-755 mm^2$. مقیاس به‌کار رفته برای محور عرضها $1 mm = 5٫34 N.m$ است. ۷۲۰° طول نمودار در ۱۸۴ mm رسم شده است. موتور دارای گامپیمود ۱۰۲ mm است. جرم‌معادل طوقهٔ چرخ‌لنگر را بیابید. ضریب مجازنوسان سرعت باید ۰٫۰۵ باشد. موتور با دور ۱۰۰۰ r/min کار می‌کند و قطر میانگین طوقهٔ چرخ‌لنگر ۶۱۰ mm است. پیشنهاد: ابتدا کار یا انرژی نشان داده شده روی هر میلی‌متر مربع نمودار گشتاور ـ تغییرمکان را بیابید. یادآوری می‌کنیم که کار یا انرژی مساوی حاصل‌ضرب گشتاور در تغییرمکان زاویهٔ‌ای برحسب رادیان است.