۱۹

موازنهٔ جرمهای دوار

۱.۱۹ مقدمه

درفصل هفدهم، نیروهای مانـد را در مکانیسمهای مختلف مطالعه کردیم. همچنین تـأثیر نیروهای ماند در ایجاد نیروهای لرزشی در سازه‌ها موردبحث قرارگرفت. سؤال این‌است که چه‌کاری دربارهٔ نیروهای لرزشی می‌توان انجام داد.

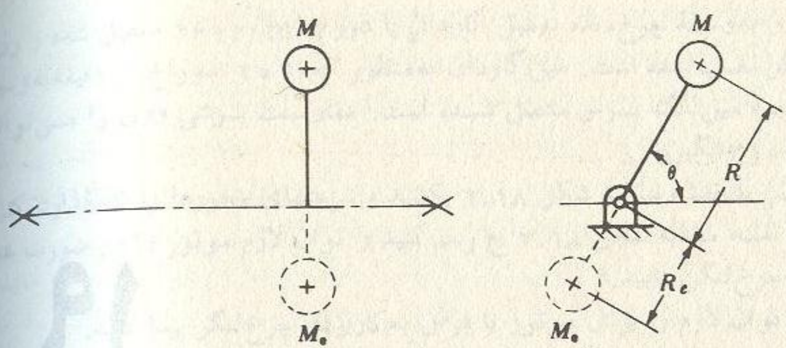
می‌توان تمام یا قسمتی ازنیروهای ماند سیستم را با واردکردن جرمهای اضافی‌که درجهت خنثی‌کردن نیروهای اصلی انجام وظیفه می‌کنند، موازنه‌کرد. این‌روش در مورد دونوع مختلف از مسائل به‌کار برده می‌شود. نوع اول، سیستمی ازجرمهای دوار مانند چرخ یا میل‌لنگ اتومبیل است، و دومی سیستمی از جرمهای رفت وبرگشتی است‌که با مکانیسم لغزنده ـ لنگ نشان داده می‌شود. موازنهٔ جرمهای دوار دراین فصل و موازنهٔ جرمهای رفت وبرگشتی درفصل بیستم موردبحث قرارگرفته است.

۲.۱۹ جرم دوار منفرد

برای نشان‌دادن اصول موردبحث، شکل ۱.۱۹ را درنظر بگیرید، که درآن‌محور، تکیه‌گاه یك جرم متمرکز M به‌شعاع R است. فرض‌کنید M_e جرمی است‌که باید درفاصلهٔ‌شعاعی R_e قرارگیرد تا موازنه حاصل شود.

اگر مجموع گشتاور نیروهای وزن حول محور دوران صفر باشد، موازنهٔ‌استاتیکی برقرار خواهد شد.

$$-MgR\cos\theta + M_e g R_e \cos\theta = 0$$



شکل ۱.۱۹

یا

$$M_eR_e = MR \qquad (۱.۱۹)$$

اگر مقدار R_e بـدلخواه انتخاب شود، آنگاه مقدار M_e را می‌تـوان از معادلهٔ (۱.۱۹) یافت. هنگامی‌که موازنهٔ استاتیکی وجود دارد محور بدون توجه به‌سمت دوران، تمایلی برای دوران روی یاتاقانها نخواهد داشت.

موازنهٔ دینامیکی مستلزم این است‌کـه مجموع نیروهای ماند درشکل ۱.۱۹ صفر شود، بنابراین اگر سرعت زاویه‌ای ω باشد

$$MR\omega^2 - M_eR_e\omega^2 = 0$$

یا

$$M_eR_e = MR \qquad (۲.۱۹)$$

از معادله‌های (۱.۱۹) و (۲.۱۹) می‌بینیم‌که مـوازنهٔ استاتیکی و دینامیکی در صورتی برقرار خواهد بود‌که

$$M_eR_e = MR$$

۳.۱۹ جرمهای دوار متعدد دریك صفحهٔ عرضی

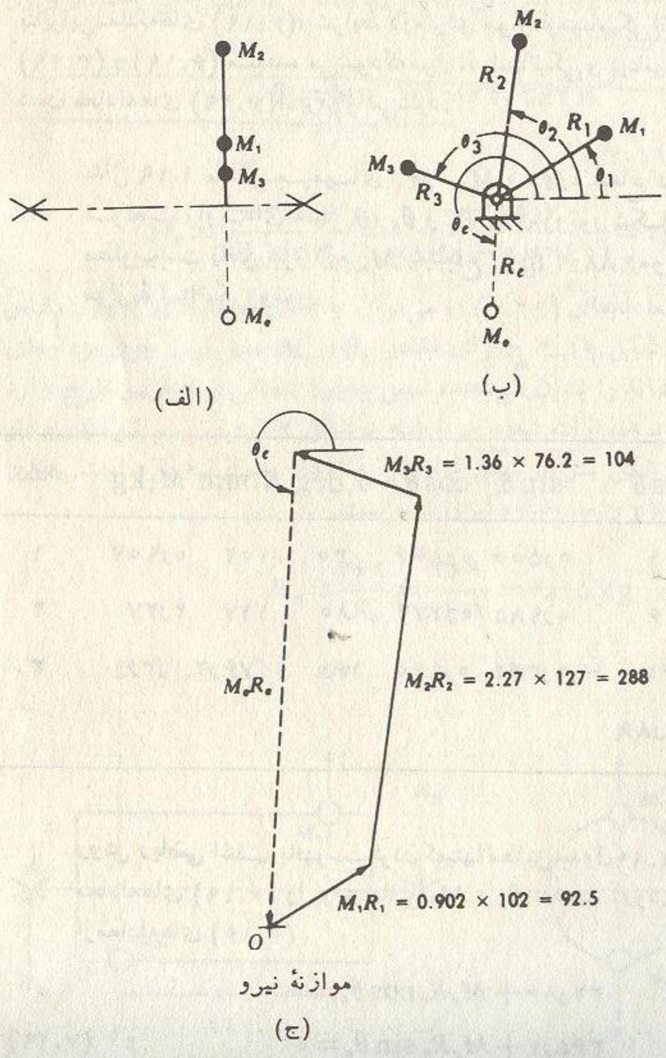
درشکل ۲.۱۹. الف و ب، M_1، M_2 و M_3 جرمهای متمرکزیندکه روی یك‌صفحهٔ‌دوران قرار دارند. M_e نشانگر جرمی است‌که باید به‌شعاع R_e ومـوقعیت زاویه‌ای θ_e به‌منظور ایجاد تعادل، اضافه شود. برای موازنهٔ استاتیکی مجموع گشتاور نیروهای وزن ناشی از جرمهای اصلی و M_e جرم اضافه شده حول محور دوران باید صفر باشد، بنابراین

$$\sum MgR\cos\theta + M_e g R_e \cos\theta_e = 0$$

$$\sum MR\cos\theta + M_e R_e \cos\theta_e = 0 \qquad (۳.۱۹)$$

برای برقراری موازنهٔ دینامیکی، نیروهای ماند بایددرحال تعادل باشند، واز این‌رومجموع مؤلفه‌های افقی آنها باید صفر شود، بنابراین

$$\sum MR\omega^2\cos\theta + M_e R_e \omega^2 \cos\theta_e = 0 \qquad (۴.۱۹)$$



شکل ۲.۱۹

ومجموع مؤلفه‌های قائم آنها نیز باید صفر باشد، بنابراین

$$\sum MR\omega^{2}\sin\theta+M_eR_e\omega^{2}\sin\theta_e=0 \qquad (۵.۱۹)$$

اگر معادله‌های (۴.۱۹) و (۵.۱۹) را بر ω^2 تقسیم کنیم، خواهیم داشت

$$\sum MR\cos\theta+M_eR_e\cos\theta_e=0$$

$$\sum MR\sin\theta+M_eR_e\sin\theta_e=0 \qquad (۶.۱۹)$$

بنابراین معادله‌های (۶.۱۹)، شرایط لازم برای موازنهٔ دینامیکی‌اند. از بررسی معادله‌های (۳.۱۹) و (۶.۱۹) مشاهده می‌شود که موازنهٔ استاتیکی و دینامیکی، درصورت برآورده شدن معادله‌های (۶.۱۹)، برقرار می‌شود.

مثال ۱.۱۹ مقدار جرمهای M_1، M_2 و M_3، شعاع دوران R_1، R_2 و R_3 و موقعیت زاویه‌ای آنها θ_1، θ_2 و θ_3 برای روتور شکل ۲.۱۹ معلوم است. مطلوب‌است یافتن جرم لازم M_e به‌شعاع ۸۸٫۹ mm وموقعیت زاویه‌ای θ_e برای موازنهٔ استاتیکی روتور.

جدول ۱.۱۹

تعداد	M,kg	R,mm	θ,deg	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$MR\cos\theta$	$MR\sin\theta$
۱	۰٫۹۰۷	۱۰۲	۳۰	۰٫۸۶۶	۰٫۵۰۰	۸۰٫۱۱	۴۶٫۲۶
۲	۲٫۲۷	۱۲۷	۸۰	۰٫۱۷۴	۰٫۹۸۵	۵۰٫۱۶	۲۸۴٫۰
۳	۱٫۳۶	۷۶٫۲	۱۶۰	۰٫۹۴۰	−۰٫۳۴۲	−۹۷٫۴۱	۳۵٫۴۴
						$\Sigma=$ ۳۲٫۸۶	$\Sigma=$ ۳۶۵٫۷

روش ریاضی اغلب بافهرست کردن کمیتها مطابق جدول ۱.۱۹ می‌توان جواب ریاضی معادله‌های (۶.۱۹) را برای یافتن M_e و θ_e به‌دست آورد.
ازمعادله‌های (۹.۱۶)

$$۳۲٫۸۶+M_eR_e\cos\theta_e=0$$

$$۳۶۵٫۷+M_eR_e\sin\theta_e=0 \qquad (۷.۱۹)$$

آنگاه

$$\frac{M_eR_e\sin\theta_e}{M_eR_e\cos\theta_e}=\frac{-۳۶۵/۷}{-۳۲/۸۶} \quad (۸.۱۹)$$

یا

$$\tan\theta_e=۱۱/۱۳$$

حفظ علامتهای معادلهٔ (۸.۱۹) به‌منظور تعیین ربع دایرهٔ مناسب برای θ_e اهمیت دارد. ازمعادلهٔ (۸.۱۹) می‌بینیم که $\sin\theta_e$ و $\cos\theta_e$ منفی است. ازاین‌رو θ_e در ربع سوم قرار دارد و

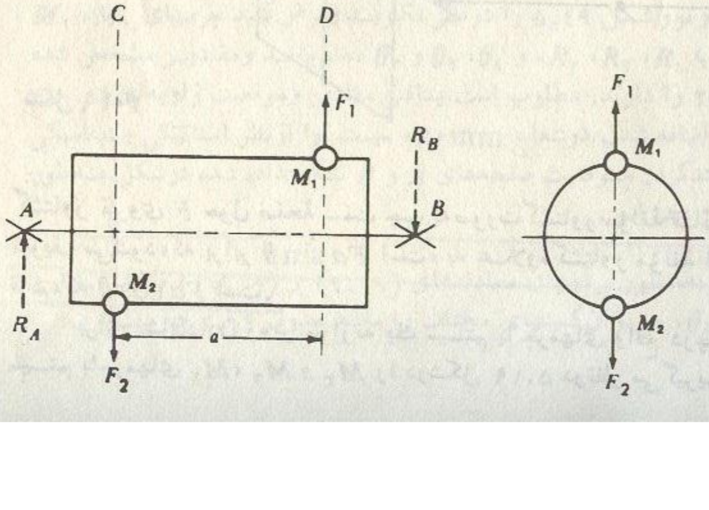
$$\theta_e=\tan^{-1}۱۱/۱۳=۲۶۴/۹^\circ$$

از معادله‌های (۷.۱۹)،

$$M_e=\frac{-۳۶۵/۷}{R_e\sin\theta_e}=\frac{-۳۶۵/۷}{۸۸/۹(-۰/۹۹۶۰)}=۴/۱۳\ \text{kg}$$

روش ترسیمی معادله‌های (۶.۱۹) را می‌توان با نمایش بردارهای MR بامقیاس مناسب مطابق شکل ۲.۱۹ ج برای مقادیر θ_e و M_e حل کرد. چون بردارهای MR نیروهای ماند را نشان می‌دهند، سپس به‌طور شعاعی و به‌طرف خارج وارد می‌شوند و باید به‌موازات شعاع مربوطه درشکل ۲.۱۹ ب رسم شوند. بردار M_eR_e مطابق شکل برای بستن چندضلعی و ایجاد موازنه لازم است. مقدار M_eR_e برابر ۳۶۹ واحد اندازه گیری شده است. بنابراین

$$M_e=\frac{۳۶۹}{R_e}=\frac{۳۶۹}{۸۸/۹}=۴/۱۵\ \text{kg}$$



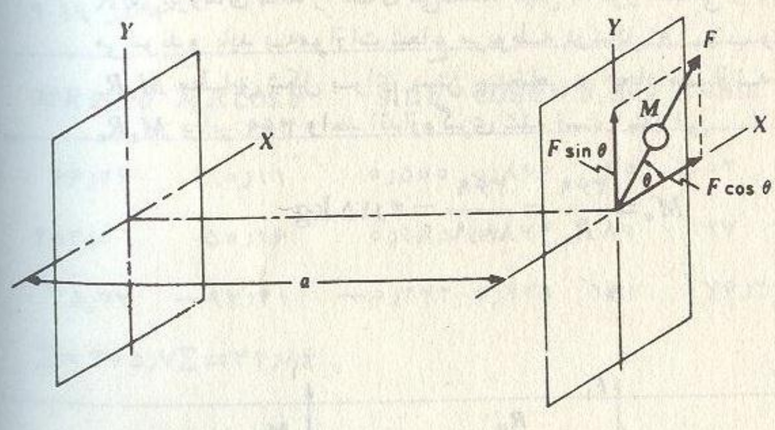
شکل ۳.۱۹

θ_e درشکل ۲.۱۹ ج با زاویه سنج اندازه‌گیری شده و برابر °۲۶۶ است.

۴.۱۹ جرمهای دورانی متعدد که روی صفحه‌های عرضی مختلف قرار گرفته‌اند

درشکل ۳.۱۹، یك روتور با دو جرم متمرکز M_1 و M_2 واقع درصفحه‌های عرضی C و D نشان داده شده‌است. بدیهی است که نیروهای استاتیکی درحال موازنه‌اند وهمچنین نیروهای دینامیکی F_1 و F_2 مساوی و بنابراین در حال موازنه هستند. اما F_1 و F_2 گشتاور نامتعادل کننده‌ای معادل F_1a ایجاد می‌کنند که نیروهای واکنش R_A و R_B را در یاتاقانهای A و B سبب می‌شوند. هدف از موازنهٔ هر دستگاه دوار، ازبین بردن ارتعاشها و حذف یا کاهش نیروهای انتقال یافته به‌یاتاقانهاست. بنابراین می‌بینیم که برای موازنهٔ یك سیستم دوار، نه‌تنها نیروها، بلکه گشتاورها را نیز باید موازنه کرد.

درابتدا گشتاور یك نیرو را حول یك‌صفحه تعریف می‌کنیم در شکل ۴.۱۹، دو صفحهٔ موازی با فاصلهٔ a را درنظر بگیرید. فرض‌کنید F نیرو در صفحهٔ سمت‌راست‌که با محور X زاویهٔ θ می‌سازد، باشد. F ممکن‌است یك‌نیروی‌ماند وارد برجرم‌دوار M باشد.



شکل ۴.۱۹

گشتاور نیروی F حول صفحهٔ سمت چپ به‌صورت گشتاور مؤلفهٔ قائم F حول محور X تعریف می‌شود، که برابر $Fa\sin\theta$ است، به علاوهٔ گشتاور مؤلفهٔ افقی F حول محور قائم، که $Fa\cos\theta$ است.

برای نشان‌دادن روش موازنهٔ یك سیستم با جرمهای واقع درچندین صفحهٔ عرضی سیستم باجرمهای M_1، M_2 و M_3 را درشکل ۵.۱۹ درنظر می گیریم. روش کاربه‌شرح

زیر است:

۱. دوصفحهٔ عرضی مرجع A و B را مطابق شکل انتخاب کنید.

۲. فاصلهٔ محوری از صفحهٔ A تا جرمهای M_1، M_2، M_3 و... به‌ترتیب a_1، a_2، a_3 و... است. فواصل سمت راست صفحهٔ A مثبت $(+)$ وسمت چپ منفی $(-)$ درنظر گرفته شده‌اند.

۳. چون نیروی‌ماند $F = MR\omega^2$ است، پس نیروهای F متناسب با MR هستند. می‌توانیم گشتاورها را با اضافه کردن جرم M_B درصفحهٔ B به گونه‌ای که مجموع آنها حول محور X و حول محور Y صفر شود، موازنه کنیم. بدین‌منظور باید

$$\sum MRa\sin\theta + M_B R_B a_B \sin\theta_B = 0$$
$$\sum MRa\cos\theta + M_B R_B a_B \cos\theta_B = 0 \qquad (9.19)$$

۴. سپس می‌توان جرم M_A درصفحهٔ A را به گونه‌ای اضافه کرد که تمام نیروها در جهت X و Y موازنه شوند، یعنی

$$\sum MR\cos\theta + M_A R_A \cos\theta_A = 0$$
$$\sum MR\sin\theta + M_A R_A \sin\theta_A = 0 \qquad (10.19)$$

اگر معادله‌های (۹.۱۹) و (۱۰.۱۹) برآورده شوند، آن‌گاه سیستم موازنهٔ دینامیکی خواهد داشت. چون‌معادلهٔ اول (۱۰.۱۹) مشابه معادلهٔ (۳.۱۹) است، هرگاه سیستم موازنهٔ دینامیکی داشته باشد موازنهٔ استاتیکی نیز خواهد داشت. باید خاطرنشان کنیم که درمرحلهٔ ۴ بایستی جرم M_A را به‌منظور موازنهٔ نیروها، به‌صفحهٔ A اضافه کنیم، درغیراین‌صورت تعادل گشتاورها حول صفحهٔ A، که‌قبلاً حاصل شده بود، از میان خواهد رفت.

مثال ۲.۱۹ روتور شکل ۵.۱۹ را درنظر بگیرید وفرض‌کنید جرمهای M_1، M_2 و M_3 همراه با R_1، R_2، R_3، و θ_1، θ_2 و θ_3 معلوم‌اند ومقادیر مشخص شده درجدول ۲.۱۹ را دارند. مطلوب است یافتن مقادیر وموقعیت زاویه‌ای دو جرم که درصورت اضافه شدن درشعاع ۷۶mm، سیستم را ازنظر استاتیکی ودینامیکی موازنه خواهندکرد. موقعیت صفحه‌های A و B نشان داده شده درشکل به‌طور اختیاری تعیین شده است.

روش ریاضی به‌منظور برآوردن معادله‌های (۹.۱۹) و (۱۰.۱۹) ویافتن M_B و θ_B و M_A و θ_A، می‌توان کمیتهای مختلف را مانند جدول ۲.۱۹ فهرست کرد.

جدول ۲.۱۹

تعداد	M,kg	R,mm	θ,deg	a,mm	$\cos\theta$	$\sin\theta$
۱	۰٫۴۵۴	۵۰٫۸	۳۰	۰	۰٫۸۶۶	۰٫۵۰۰
۲	۱٫۳۶	۷۶٫۰	۵۰	$-$۱۰۲	۰٫۵۰۰	۰٫۸۶۶
۳	۰٫۹۰۷	۶۳٫۵	۱۵۰	۷۶	$-$۰٫۸۶۶	۰٫۵۰۰

تعداد	$MR\cos\theta$	$MR\sin\theta$	$MRa\cos\theta$	$MRa\sin\theta$
۱	۲۰٫۰	۱۱٫۵	۰	۰
۲	۵۱٫۷	۸۹٫۵	$-$۵۲۷۱	$-$۹۱۳۰
۳	$-$۴۹٫۹	۲۸٫۸	$-$۳۷۹۲	۲۱۸۹
	$\sum=$ ۲۱٫۸	$\sum=$ ۱۲۹٫۸	$\sum=-$۹۰۶۳	$\sum=-$۶۹۴۱

ازمعادله‌های (۹.۱۹)،

$$-۶۹۴۱+M_BR_Ba_B\sin\theta_B=۰$$
(۹'.۱۹)
$$-۹۰۶۳+M_BR_Ba_B\cos\theta_B=۰$$

آنگاه

$$\frac{M_BR_Ba_B\sin\theta_B}{M_BR_Ba_B\cos\theta_B}=\frac{۶۹۴۱}{۹۰۶۳} \qquad (۹''.۱۹)$$

یا

$$\tan\theta_B=۰٫۷۶۵۹$$

ازمعادله‌های (۹".۱۹) درمی‌یابیم که $\sin\theta_B$ و $\cos\theta_B$ مثبت‌اند و از این‌رو θ_B درربع اول قرار دارد و نیز

$$\theta_B=\tan^{-۱}۰٫۷۶۵۹=۳۷٫۴^\circ$$

از معادلهٔ (۹''.۱۹)

$$M_B=\frac{۶۹۴۱}{R_B a_B \sin\theta_B}=\frac{۶۹۴۱}{۷۶\times ۷۶\times ۰٫۶۰۷۴}=۱٫۹۸\ \text{kg}$$

از معادله‌های (۱۰.۱۹)

$$۲۱٫۸+(۱٫۹۸\times ۷۶\times ۰٫۷۹۴)+M_A R_A\cos\theta_A=۰$$

$$۱۲۹٫۸+(۱٫۹۸\times ۷۶\times ۰٫۶۰۷)+M_A R_A\sin\theta_A=۰ \qquad (۱۰'.۱۹)$$

آنگاه

$$\frac{M_A R_A\sin\theta_A}{M_A R_A\cos\theta_A}=\frac{-۲۲۱٫۱}{-۱۴۱٫۳}=۱٫۵۶ \qquad (۱۰''.۱۹)$$

یا

$$\tan\theta_A=۱٫۵۶$$

از معادلهٔ (۱۰''.۱۹) درمی‌یابیم که $\sin\theta_A$ و $\cos\theta_A$ منفی‌اند. از این‌رو θ_A در ربع سوم قرار دارد و

$$\theta_A=\tan^{-1}۱٫۵۶=۲۳۷٫۳^\circ$$

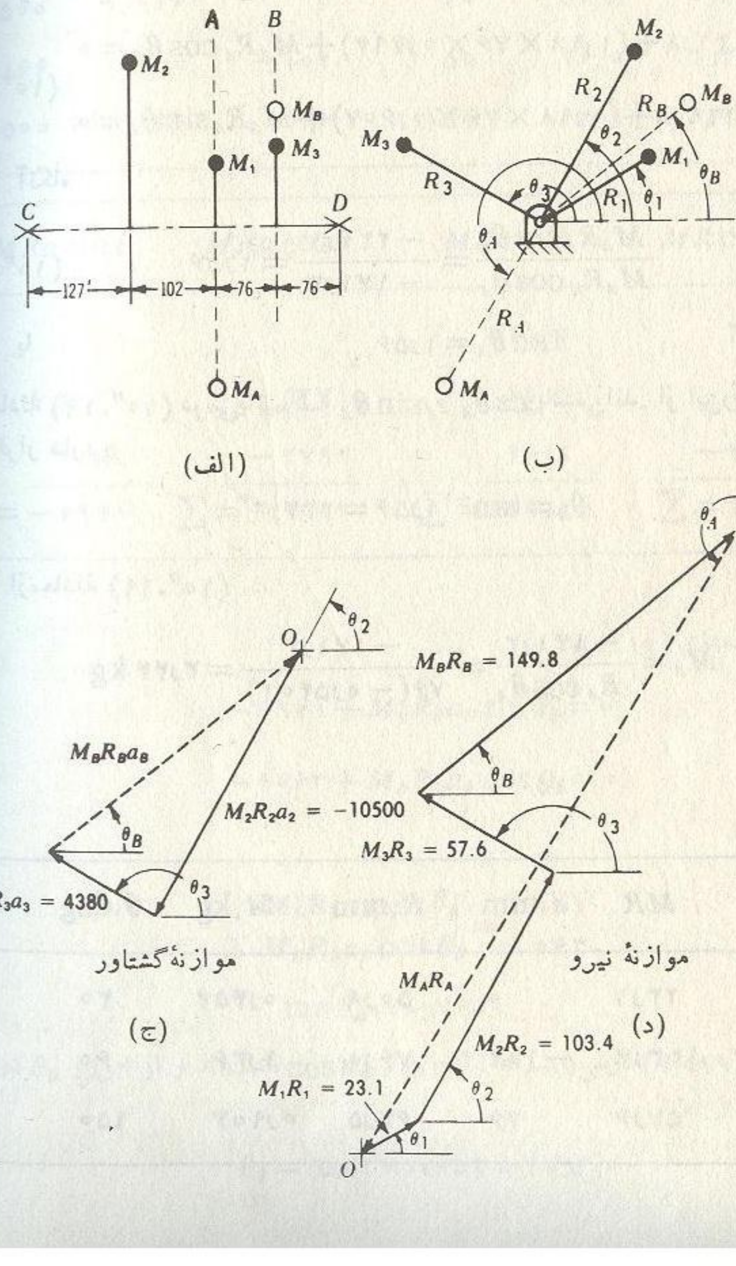
ازمعادلهٔ (۱۰''.۱۹)

$$M_A=\frac{-۱۴۱٫۳}{R_A\cos\theta_A}=\frac{-۱۴۱٫۳}{۷۶(-۰٫۵۴۰۲)}=۳٫۴۴\ \text{kg}$$

جدول ۳.۱۹

تعداد	θ,deg	M,kg	R,mm	a,mm	MR	MRa
۱	۳۰	۰٫۴۵۴	۵۰٫۸	۰	۲۳٫۱	۰
۲	۶۰	۱٫۳۶	۷۶٫۰	−۱۰۲	۱۰۳٫۴	−۱۰۵۰۰
۳	۱۵۰	۰٫۹۰۷	۶۳٫۵	۷۶	۵۷٫۶	۴۳۸۰

روش ترسیمی کمیتهای مختلف درجدول ۳.۱۹ فهرست شده است. معادله‌های (۹.۱۹) را می‌توان با نمایش بردارهای MRa و به کاربردن هرمقیاس مناسب برای مقادیر M_B و θ_B به‌صورت ترسیمی حل کرد. این مطلب در شکل ۵.۱۹ ج نشان



شکل ۵.۱۹

داده‌شده‌است. ملاحظه‌می‌شود که‌این بردارهای گشتاورهمان‌جهت‌نیروهای‌ماند وارد برجرمهای شکل۵.۱۹الف را دارندکه جهت آنها به‌صورت شعاعی به‌سمت‌خارج است، مگر اینکه گشتاور منفی باشد. درشکل ۵.۱۹ ج، $M_۲R_۲a_۲$ باید تحت زاویهٔ θ با افق رسم شود و اگر مقدار آن مثبت باشد جهت آن به‌طرف بالاوسمت راست قطبO است. اما چون منفی‌است، جهتی مخالف دارد. بردار $M_BR_Ba_B$ که به‌صورت خط‌چین نشان داده شده برای موازنه لازم است وبعد از اندازه‌گیری، مقدار آن برابر ۱۱۴۰۰ واحد مشخص شده است. آنگاه

$$M_B=\frac{۱۱۴۰۰}{R_Ba_B}=\frac{۱۱۴۰۰}{۷۶\times۷۶}=۱٫۹۶\,\mathrm{kg}$$

درشکل۵.۱۹ ج، θ_B برابر °۳۸ اندازهٔ گیری‌شده است. چون درشکل ۵.۱۹الف، می‌بینیم که a_B مثبت است، پس θ_B مطابق شکل نشان داده شده است و مساوی °(۱۸۰+۳۸) نیست.

سپس معادله‌های (۱۰.۱۹) را می‌توان‌مطابق شکل ۵.۱۹ د با نمایش‌بردارهای MR و به کاربردن مقیاس مناسب برای مقادیر M_A و θ_A حل کرد. چون این بردارها نیروهای ماند را نشان می‌دهند، همیشه ازنظر مقدار مثبت وجهت آنها به‌صورت شعاعی به سمت خارج جرمهای مربوط در شکل ۵.۱۹ ب است. بردار M_AR_A که به صورت خط‌چین نشان داده‌شده، برای موازنه لازم است ومقدار آن برابر ۲۶۱ واحد اندازه‌گیری شده است.

$$M_A=\frac{۲۶۱}{R_A}=\frac{۲۶۱}{۷۶}=۳٫۴۳\,\mathrm{kg}$$

درشکل ۵.۱۹ د، θ_A برابر °۲۳۸ اندازه‌گیری شده است.

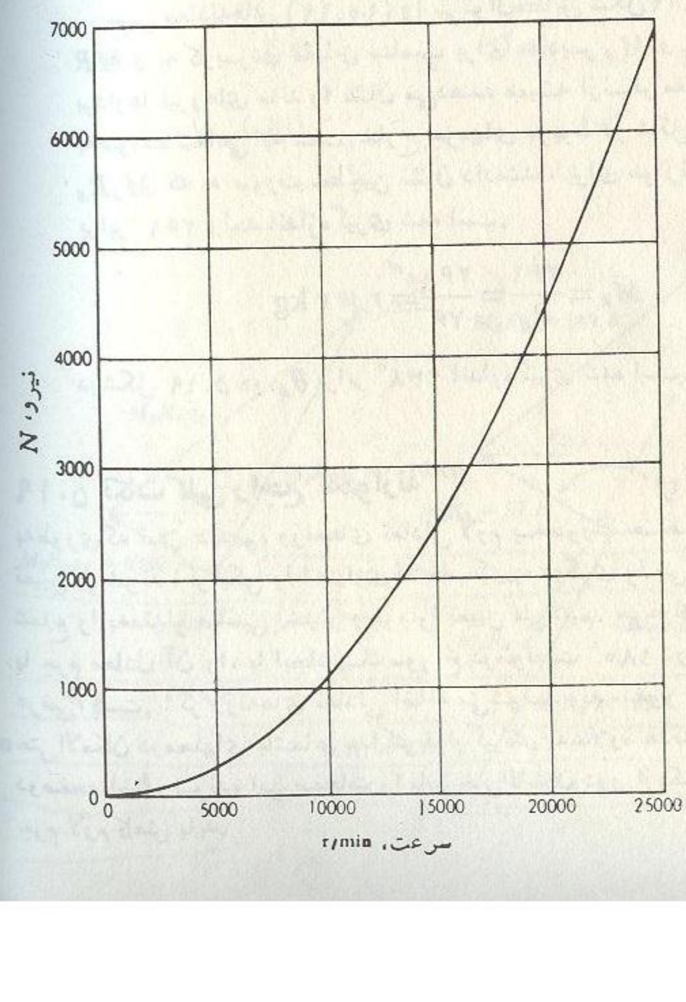
۵.۱۹ نکات کلی راجع به‌موازنه

به‌طوری‌که قبلاً دیدیم، وزنه‌های تعادلی لازم به‌صورت حاصل‌ضرب یك جرم و شعاع تعیین می‌شوند اگر یکی را اختیاری انتخاب کنیم، دیگری را می‌توان تعیین کرد. درعمل شعاع را به‌مقدار مناسبی اختیار وجرم را تعیین می‌کنیم. می‌توان جرم را به‌روتورافزود یا جرم معادل آن را، با ایجاد یك سوراخ درموقعیت °۱۸۰ در طرف دیگر همان صفحهٔ عرضی، کاست. اگر وزنه‌های تعادلی اضافه می‌شوند، به منظور داشتن حداقل مقدار باید حتی‌الامکان درمحلهای باشعاع حداکثر قرار گیرند. به‌علاوه هنگامی که جرمها بایستی در دوصفحه اضافه شوند، این صفحات را باید حتی‌الامکان دور ازیکدیگر انتخاب کرد تامقدار جرم لازم کاهش یابد.

با اینکه هر روتور را می‌توان بـا اضافه‌کردن جرم در هریك از دو صفحهٔ عرضی موازنه‌کرد، ولی این کار سبب ایجاد گشتاور خمشی درمحـور می‌شود. به‌این‌دلیل اغلب خواهان آنیم که هرگونه ناموزونی را درهمان صفحه بـه‌حالت موازنه درآوریـم. برای مثال دریك میل‌لنگ اتومبیل، هرلنگ ایجاد یك ناهماهنگی درسیستم می کند و میل‌لنگ را با اضافه‌کردن یك وزنهٔ تعادل به‌هرلنگ موازنه می کنند.

۶.۱۹ ماشینهای موازنه‌گر

علیرغم دقت فـراوانی که می‌توان درطـراحی وساخت قطعات دوار چه‌آنها که از طریق ماشینکاری، ریخته‌گری یا آهنگری تـولید می‌شوند و چه‌آنها که از روی‌هـم سوارشدن قطعات مختلف به‌وجود می‌آیند مـانند آرمیچر یا موتور برقی به‌کار برد، باز هـم دوران نرم و آرام آنها غیرعادی است. بـه‌ویژه اگر در سرعتهای بالا به‌کارگرفته شوند. تغییر



شکل ۶.۱۹

بعد ناشی از ماشینکاری، ناهمگنی مواد، تغییر در روشهای سوارکردن اجزا و نـامنظمی سطوح یاتاقانها، همگی درعدم هماهنگی مرکز جرم بامحور دوران جسم تأثیر می گذارند.

منحنی شکل ۶.۱۹، تأثیروجود اندکی ناموزونی درجسم درسرعتهای بالا رانشان می‌دهد. این منحنی، نیروی گریز از مرکزناشی از وجود یك میلیمتر ـ کیلوگرم ناموزونی را درسرعتهای زاویه‌ای مختلف نشان می‌دهد. (یـك میلیمتر ـ کیلوگـرم به صورت یك کیلوگرم جرم به‌فاصلهٔ یك میلیمتر ازمحور دوران تعریف می‌شود.) نیروی گریز از مرکز ناشی‌از ۱ میلیمتر ـ کیلوگرم در $1000\ r/min$، $10{,}97\,N$ است. در $10000\,r/min$، این نیرو $1097\,N$ است. یعنی بـا مجذور سرعت افزایش می‌یابد. بدیهی است که نیروی گریز ازمرکز ایجاد شده روی یك روتور بزرگ می‌تواند خیلی زیاد باشد، حتی اگرمرکز جرم روتور فقط اندکی از محور دوران جـابه‌جا شود، و درنتیجه نیروی لرزشی بزرگی روی‌سازه واردخواهدشد. برای مثال، روتور یك توربین گازی هواپیما که $180\ kg$ جرم دارد و در $16000\,r/min$ کار می‌کند را در نظر بگیرید. وجود ۴٫۵ میلیمتر ـ کیلوگرم ناموزونی باعث بروز نیروی گریز ازمرکزی به‌مقدار زیر خواهد شد.

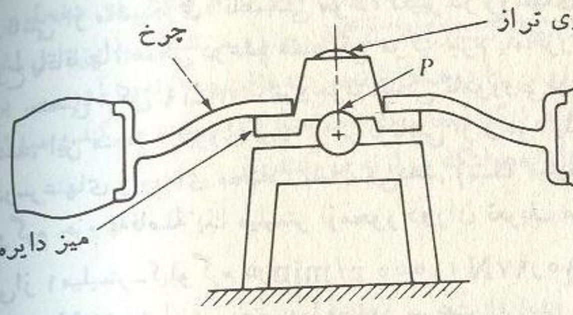
$$F = MR\omega^2$$

$$= 180\left(\frac{0{,}025}{1000}\right)\left(\frac{2\pi \times 16000}{60}\right)^2 = 12\,630\,N$$

چنین نیرویی خسارت زیـادی به‌ماشین وارد می‌آورد. چون غالباً برای سازنده قراردادن مرکز جرم درفاصلهٔ حداکثر ۰٫۰۲۵ میلیمتری محور دوران غیرممکن است، قطعه بعد از ساخت باید به‌صورت تجربی موازنه شود. نوع موازنـه بستگی به‌نوع مـاشین، اندازه، سرعت و قیمت دارد. به طور کلی موازنهٔ استاتیکی برای اجزا با محورکوتاه و سرعتهای دوران‌کم کافی‌است، چون گشتاور ناموزونی‌ناشی از اثرات دینامیکی‌ناچیز است. چرخهای اتومبیل، پروانه‌های هواپیما و پنکه‌های باریك مثالهایی از این نوع‌اند.

روش آزمون و خـطا را می‌توان برای موازنـهٔ استاتیکی به‌کار بـرد. قطـعه روی محلهای درجه‌بندی شده قرارمی‌گیرد وجرمهای موقت تا هنگام تعیین جرم لازم‌وموقعیت آن روی قطعه‌گذاشته می‌شود. آنگاه یك جرم یا جرمهای دائمی به‌قطعه افزوده‌می‌شود، یا جرم مناسبی به‌منظور ایجاد همان اثر ازقطر مقابل برداشته می‌شود.

شکل ۷.۱۹، یك مـاشین موازنـهٔ استاتیکی چرخهای اتـومبیل را نشان می‌دهد. دستگاه متشکل است از یك‌میز دایره‌ای‌که درنقطهٔ P روی یك کره به‌گونه‌ای نصب‌شده که آزادانه درهرجهتی خم می‌شود. چرخ روی میز قرارگرفته است. مرکـز جرم مرکب چرخ، تایر و میز زیرنقطهٔ P است و میز دارای یك تراز حبابدارکروی است. حباب تراز طرف‌سبکتررا نشان می‌دهد. آنگاه جرمهای‌سربی برای ایجاد موازنه به‌طوقهٔ‌چرخ‌چسبانیده می‌شوند.

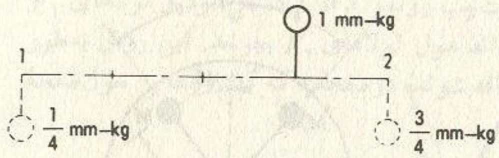


شکل ۷.۱۹

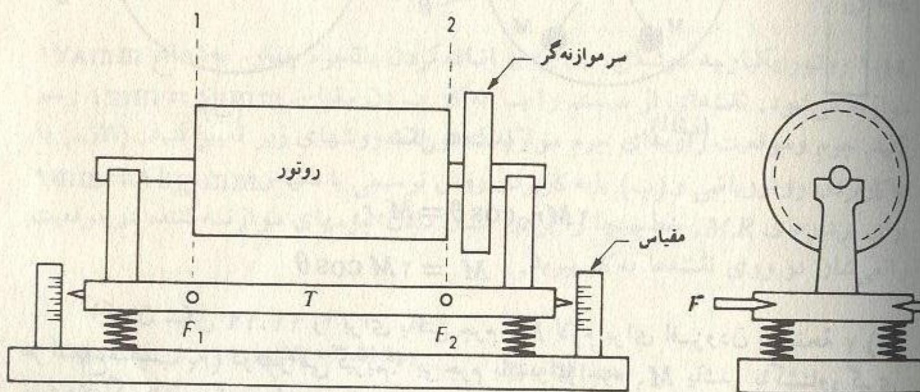
نوع بعدی ماشین، برای موازنهٔ روتورهایی که طول محورشان کوتاه نیست، به کار می‌رود. دراین مورد باید گشتاورهای ناشی از اثرات دینامیکی را موازنه کرد. چنین روتوری را می‌توان با اضافه کردن جرم در دو صفحهٔ مرجع، به طور کامل از نظر دینامیکی و استاتیکی موازنه کرد. بدین ترتیب گشتاورهای حول هر کدام از این صفحه‌ها موازنه می‌شوند. اثبات این مطلب چنین است: محور روتور را مطابق شکل ۸.۱۹ به قسمتهای مساوی تقسیم کنید و دو صفحهٔ مرجع ۱ و ۲ را عمود برمحور درنظر بگیرید. فرض کنید ناموزونی را بتوان با ۱mm.kg درفاصلهٔ ۳ واحد درطرف راست صفحهٔ ۱ نشان داد. آنگاه به‌منظور موازنهٔ گشتاورهای حول صفحهٔ ۱، ۳/۴ میلیمتر ـ کیلو گرم در صفحه ۲ اضافه می کنیم یعنی (۴)۳/۴ = (۱)۳. سپس به‌منظور موازنهٔ گشتاورهای حول صفحهٔ ۲ می‌توانیم ۱/۴ میلیمتر ـ کیلو گرم درصفحهٔ ۱ اضافه کنیم یعنی (۴)۱/۴ = (۱)۱. درنتیجهٔ موازنهٔ گشتاورها حول صفحه‌های ۱ و ۲، گشتاورها درسایر صفحه‌ها نیز در حال موازنه هستند.

○ بسیاری از دستگاههای موازنه‌گر متکی بر اصل موازنهٔ گشتاورها حول دوصفحه‌اند. دریك نوع از اینها دستگاهی به‌نام سرموازنه‌گر به کار رفته است. یك نمونه از این نوع ماشین درشکل ۹.۱۹ نشان داده شده است. ۱ و ۲ صفحه‌های مرجعی هستند که جرمها باید به‌منظور موازنهٔ روتور درآن صفحه‌ها اضافه شوند. میز T روی فنر قرار دارد و می‌تواند حول لولاهای F_1 یا F_2 دوران کند.

سرموازنه‌گر شکل ۱۰.۱۹ الف، دستگاهی است که به‌طور یکپارچه باروتور مورد آزمایش جفت می‌شود و دو بازو به‌جرم M دارد، این بازوها با روتور دوران می‌کنند. به‌شرط اینکه کارگر درچرخش آنها دخالت نکند. یك موتور وسیستم چرخدنده داخل دیسك B است که به کارگر امکان می‌دهد جرمها را نسبت به B به‌دوران درآورد. توان ازطریق حلقهٔ لغزان تأمین می‌شود. کارگر دو دکمه دراختیار دارد. اگر اولی را فشار دهد دوبازو در یك جهت و با یك زاویهٔ ثابت نسبت به هم دوران می‌کنند. اگر دومی را فشار دهد بازوها در جهت مخالف یکدیگر می‌چرخند. در هرحالت، بازوها درهر ۵ s یك دور نسبت به B می‌زنند.



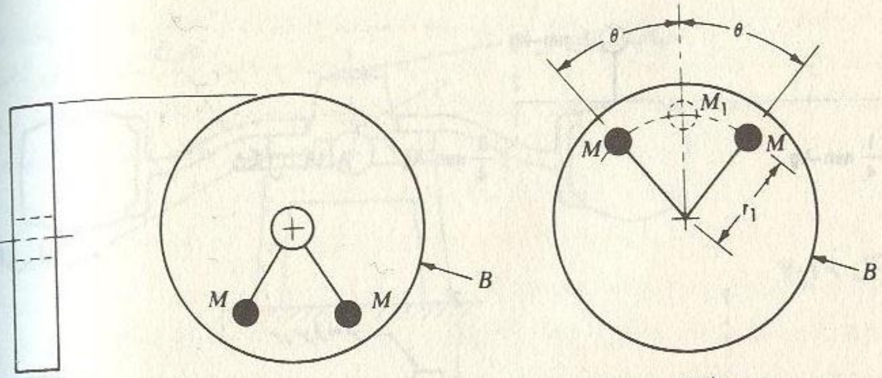
شکل ۸.۱۹



شکل ۹.۱۹

چون دو بازو تنها ناموزونی موجود در Bاند، پس برای کارگر، تغییرمقدار وجهت ناموزونی مقدور است.

روش یافتن جرمهایی که باید به‌روتور افزوده شوند وموقعیت آنها به‌شرح‌زیر است: میز، قادر به‌چرخش حول لولاهای $F_۱$ است و روتور که با یك محور ارتجاعی به حرکت درمی‌آید، به‌سرعتی رسانده می‌شود که در حالت تشدید با فنرها قرارگیرد. با فشاردادن دکمهٔ ۱ که بازوها را دریك جهت می‌چرخانـد، دامنه‌های حداکثر وحداقل، هر ۵ s یکبار مشاهده می‌شونـد. بعد از آزادکردن دکمهٔ ۱ در دامنهٔ حداقـل، کارگر بـه‌کمك دکمهٔ ۲ بازوها را درخلاف‌جهت هم می‌چرخاند. در حین کار، خط نیمساز زاویهٔ بین بازوها نسبت به B حرکت نمی‌کند و از این‌رو جهت ناموزونی اضافه نیز تغییر نمی‌کند، اما مقدار آن از مجموع دو جرم (وقتی بازوها برهم منطبق می‌شوند) تا صفر (وقتی درفاصلهٔ ۱۸۰° از هم قرار دارنـد) تغییر می‌کند. هنگامی که ارتعاشها به‌صفر کاهش یـافت، دکمهٔ ۲ آزاد و روتور متوقف می‌شود و باتوجه به‌موقعیت بازوها مقدار وجهت تصحیح به‌آسانی به‌دست می‌آید. درشکل ۱۰.۱۹ ب، $M_۱$ را جرم هم‌ارز قرارگیرنده روی نیمساز بگیرید، چون نیروی گریز ازمرکز متناسب با جرم ضرب‌در شعاع است، بنابراین،



(الف) (ب)

شکل ۱۰.۱۹

$$۲Mr_۱ \cos\theta = M_۱ r_۱$$

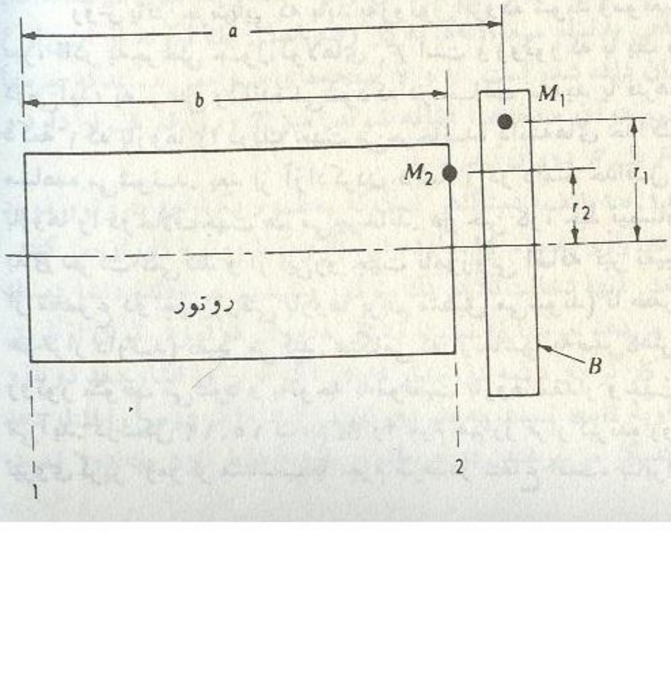
$$M_۱ = ۲M \cos\theta$$

اکنون شکل ۱۱.۱۹ را برای یافتن جرم $M_۲$ لازم برای افزودن به‌صفحهٔ ۲ (در هر شعاع‌مناسب $r_۲$) درنظر می گیریم. این جرم بایدبرابر جرم $M_۱$ باشد. باگشتاور گیری نیروهای گریز ازمرکز حول صفحهٔ ۱ داریم:

$$M_۱ r_۱ a = M_۲ r_۲ b$$

یا

$$M_۲ = M_۱ \frac{r_۱ a}{r_۲ b}$$

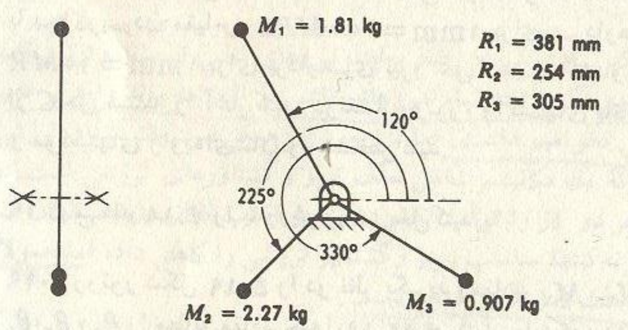


شکل ۱۱.۱۹

سپس سر موازنه‌گر روی طرف سمت‌چپ روتور قرار داده می‌شود و لولاهای F_1 درشکل ۹.۱۹، باز می‌شوند و میز می‌تواند حول لولاهای F_2 بچرخد. این روش به‌طور کامل برای یافتن مقدار وموقعیت‌جرم اضافه شونده درصفحهٔ ۱ که گشتاورها را حول‌صفحهٔ ۲ موازنه می‌کند، تکرار می‌شود.

مسائل

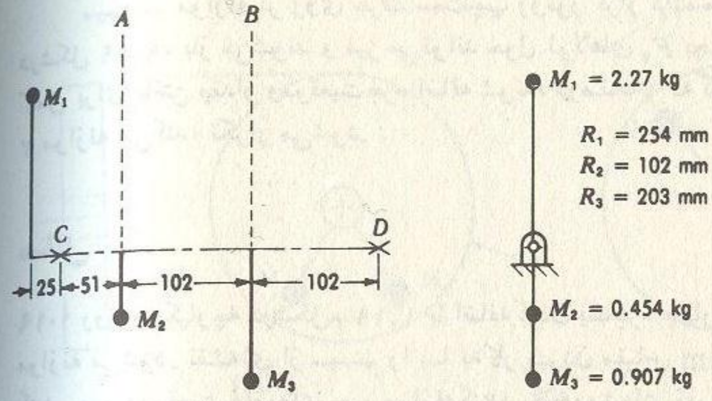
۱.۱۹ روتور یکپارچه درشکل‌م ۱.۱۹ با اضافه‌کردن یك‌جرم چهارم به‌شعاع ۱۷۸mm موازنه می‌شود. نقشه‌ای از سیستم را با به‌کار بردن مقیاس ۱mm = ۱۰mm رسم کنید. جرم وموقعیت زاویه‌ای جرم موازنه‌کننده را به‌روشهای زیر تعیین کنید. (الف) با به‌کاربردن روش‌ریاضی و (ب) بابه کاربردن روش ترسیمی با مقیاس ۱mm = ۹kg.mm برای بردارهای MR. خطچینها را برای نشان دادن جرمهای موازنـه‌کننده در موقعیت واقعی‌شان در روی نقشه‌ها به‌کار ببرید.



شکل‌م ۱.۱۹

۲.۱۹ نقشه‌ای ازشکل م ۲.۱۹ رسم‌کنید. مقادیر و موقعیتهای زاویه‌ای دو جرم را که درصورت اضافه شدن درشعاع ۵۱mm صفحه‌هـای A و B روتور را موازنـه می‌کنند، تعیین‌کنید. با موازنهٔ گشتاورها حول صفحهٔ A آغاز‌کنید. با به‌کار بردن روش ترسیمی و مقیاس، واحـد $1\text{mm} = 1200 MRa$ و واحد $1\text{mm} = 20 MR$ مسئله را حل کنید. جرمهای اضافه شونده را باخط‌چین بکشید وآنها را درموقعیتهای ثابت نشان دهید.

۳.۱۹ مسئله ۲.۱۹ را با روش ریاضی حل‌کنید.



شکل م ۲.۱۹

۴.۱۹ نقشه‌ای از شکل م ۲.۱۹ رسم کنید. اگر مطابق شکل سیستم با سه جرم ناموزون باشد، واکنشهای یاتاقانها را برای سرعت ۱۰۰۰ r/min محور در C و D تعیین کنید. از واکنشهای ناشی از بارهای استاتیکی صرف‌نظر کنید. مسئله را با روش ترسیمی و با به‌کاربردن مقیاس، $1\text{mm} = ۶۰۰MRa$ برای بردارهای گشتاور ومقیاس واحد $1\text{mm} = ۱۰MR$ برای بردارهای نیرو حل کنید. با گشتاورگیری حول صفحهٔ گذرنده از C حل مسئله را آغاز کنید. درنقشهٔ روتور، واکنشهای یاتاقانها را نشان‌دهید ومقادیر و موقعیتهای زاویه‌ای‌شان را مشخص کنید.

۵.۱۹ مسئله ۴.۱۹ را با روش ریاضی حل کنید.

۶.۱۹ روتور شکل ۵.۱۹ را در نظر بگیرید ومقادیر $M_۱$، $M_۲$، $M_۳$ و $R_۱$، $R_۲$، $R_۳$ و $\theta_۱$، $\theta_۲$ و $\theta_۳$ را مطابق مقادیرجدول ۲.۱۹ فرض کنید. با به‌کاربردن مقیاس $1\text{mm} = 5\text{mm}$، نقشه‌ای از شکل ۵.۱۹ رسم کنید. اگر روتور ناموزون باشد واکنشهای یاتاقانها را برای سرعت ۵۰۰r/min محور در C و D تعیین کنید. از واکنشهای ناشی ازبارهای‌استاتیکی صرف‌نظر کنید. مسئله را با روش ترسیمی و با گشتاورگیری حول صفحهٔ گذرنده از Cحل کنید. مقیاس: $1\text{mm} = ۳۵۰MRa$ و واحد $1\text{mm} = ۱٫۳۵MR$. درنقشهٔ روتور، واکنشهای یاتاقانها را نشان دهید ومقادیر وموقعیت زاویه‌ای آنها را مشخص‌کنید.

۷.۱۹ مسئلهٔ ۶.۱۹ را با روش ریاضی حل کنید.

۲۰

موازنهٔ جرمهای رفت و برگشتی

۱.۲۰ مقدمه

در فصل هفدهم دریافتیم‌که نیروی لرزشی فقط برایند نیروهای ناشی از ماند وارد بر قاب یك مکانیسم است. بنابراین اگر برایند تمام نیروهای ناشی از اثرات ماند وارد بر قاب صفر باشد، نیروی لرزشی نخواهیم داشت. اما با وجود این‌ممکن است یك گشتاورلرزشی وجود داشته باشد. موازنهٔ یك مکانیسم شامل حذف نیرو و گشتاورهای لرزشی است. در بعضی موارد می‌توانیم هر دو کار را توأماً انجام دهیم. در اغلب مکانیسمها می‌توان با اضافه‌کردن‌جرمهای موازنه‌کنندهٔ مناسب نیرو و گشتاور لرزشی را کاهش داد، امامعمولاً پیدا کردن روشی برای حذف‌کامل آنها عملی نیست.

۲.۲۰ چهار میله‌ای

بررسی خود را با در نظرگرفتن چهار میله‌ای شکل ۱.۲۰ آغاز خواهیم‌کرد. لنگ ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت دوران می‌کند، رقاصك ۴ نوسان می‌کند و میل رابط ۳ حرکت مرکب دورانی و انتقالی دارد. مکانیسم O_2BCO_4 را می‌توان با ایجاد یك مکانیسم به‌وجود آورندهٔ اثرات مخالف، موازنه کرد. اگر مکانیسم $O_2B'C'O_4$ را به کار بگیریم، که تصویر برگردان مکانیسم اصلی است، و آن‌را در جهت مخالف به‌حرکت درآوریم، نیروهای لرزشی قائم و گشتاورهای لرزشی ناشی از شتابهای زاویه‌ای میله‌های ۳ و ۴ موازنه خواهند شد. آنگاه نیروهای لرزشی افقی ناموزون باقی می‌مانند، و به منظور موازنهٔ این نیروها، بایستی مکانیسم O_2DEO_4 و $O_2D'E'O_4$، که تصویر برگردان