

مقاومت مصالح ۳

فصل دوم

کرنش و تغییر مکان

مسائل

شماره ۲۹:

2-1

نشان دهید که آیا میدان‌های کرنش زیر در یک جسم پیوسته امکان‌پذیر است؟

$$(a) \begin{bmatrix} c(x^2 + y^2) & c_{xy} \\ c_{xy} & y^2 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} cz(x^2 + y^2) & c_{xyz} \\ c_{xyz} & y^2z \end{bmatrix}$$

در هر دو حالت c ثابت کوچکی است و $\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ می‌باشد.

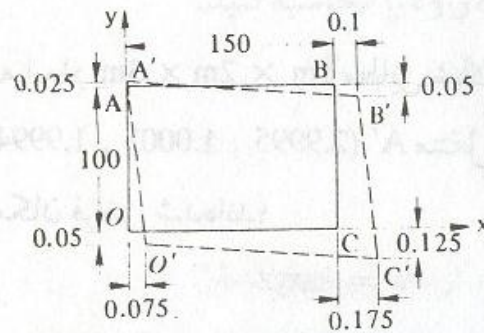
شماره ۲۸: قسمت a حل شود

2-2

یک ورق چهارگوش OABC به ابعاد $100 \times 150 \text{ mm}$ به حالت $O'A'B'C'$ ، طبق شکل، تغییر شکل یافته است. تمام ابعاد نشان داده شده در شکل بر حسب میلیمتر هستند؛

(a) مؤلفه‌های کرنش ϵ_x ، ϵ_y و γ_{xy} را پیدا کنید.

(b) کرنش‌های اصلی و جهت‌های آنها را بدست آورید.



شکل (م 2-2)

شماره ۲۷:

2-3

میدان تغییر مکان زیر داده شده است؛

$$u = (x^2 + 10) \times 10^{-4}$$
$$v = (2yz) \times 10^{-4}$$
$$w = (z^2 - xy) \times 10^{-4}$$

حالت کرنش یک المان را در (1, 2, 0) پیدا کنید.

شماره ۲۶:

2-4

اگر کرنش‌ها در نقطه‌ای؛ $\varepsilon_x = -900\mu$ ، $\varepsilon_y = -300\mu$ و $\gamma_{xy} = 900\mu$ باشند، کرنش‌های اصلی و جهت‌های آنها را پیدا کنید. از دایره مور برای کرنش استفاده نمایید.

شماره ۲۵:

2-5

مسئله قبل را برای حالت $\varepsilon_x = 300\mu$ ، $\varepsilon_y = 900\mu$ و $\gamma_{xy} = -900\mu$ حل کنید.

2-6

نشان دهید که در حالت کرنش صفحه‌ای $\epsilon_x + \epsilon_y = \epsilon_{x'} + \epsilon_{y'}$ است.

شماره ۲۳: قسمت a حل شود

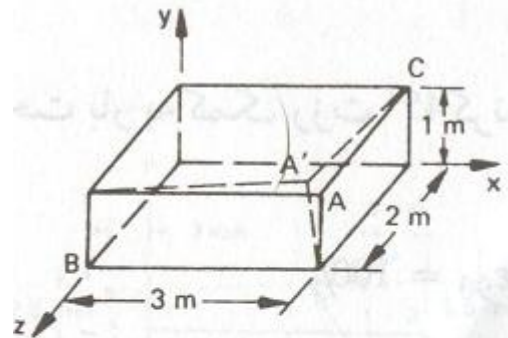
2-7

مکعب مستطیلی به ابعاد $1\text{ m} \times 2\text{ m} \times 3\text{ m}$ مطابق شکل طوری تغییر شکل یافته است که گوشه A به A' ($2.9995, 1.0003, 1.9994$) منتقل شده است. عبارتهای زیر برای مؤلفه‌های تغییر مکان فرض شده‌اند؛

$$u = k_1xyz, \quad v = k_2xyz, \quad w = k_3xyz$$

که در آن k_1, k_2, k_3 ثابت‌هایی هستند که از تغییر مکان نقطه A باید بدست آیند.

در نقطه A: (a) مؤلفه‌های کرنش و (b) کرنش نرمال در جهت خط AB را بدست آورید.



شکل (م 2-7)

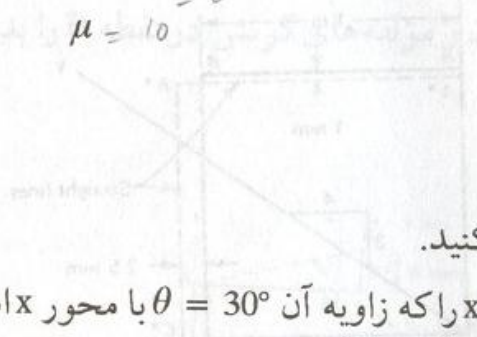
شماره ۲۲: قسمت a و b حل شود

2-8

در نقطه‌ای از یک جسم تحت تنش، کرنش‌ها در سیستم محورهای XYZ به صورت زیر داده شده‌اند؛

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\mu = 10^{-6}$$



- (a) ثابت‌های کرنش را پیدا کنید.
- (b) کرنش نرمال در جهت x' را که زاویه آن $\theta = 30^\circ$ با محور x است بدست آورید.
- (c) کرنش‌های اصلی $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ را محاسبه کنید.
- (d) ماکزیمم کرنش برشی چقدر است؟

شماره ۲۱: قسمت a و b حل شود

2-9

مسئله قبل را برای حالت کرنش زیر حل کنید:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mu$$

2-10

در نقطه p از یک تیر تحت بار به کمک رزت 45° کرنش‌های زیر اندازه‌گیری شده

است؛

$$\varepsilon_0 = -100\mu \text{ و } \varepsilon_{45} = 50\mu \text{ و } \varepsilon_{90} = 100\mu$$

کرنش‌های اصلی و جهت‌های آنها را در نقطه p پیدا کنید.

شماره ۱۹: قسمت a حل شود

2-11

یک ورق چهارگوش مطابق شکل تحت بار قرار گرفته است. بطوریکه درحالت

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

(a) مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای xy پیدا کنید.

(b) مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای XY بدست آورید.

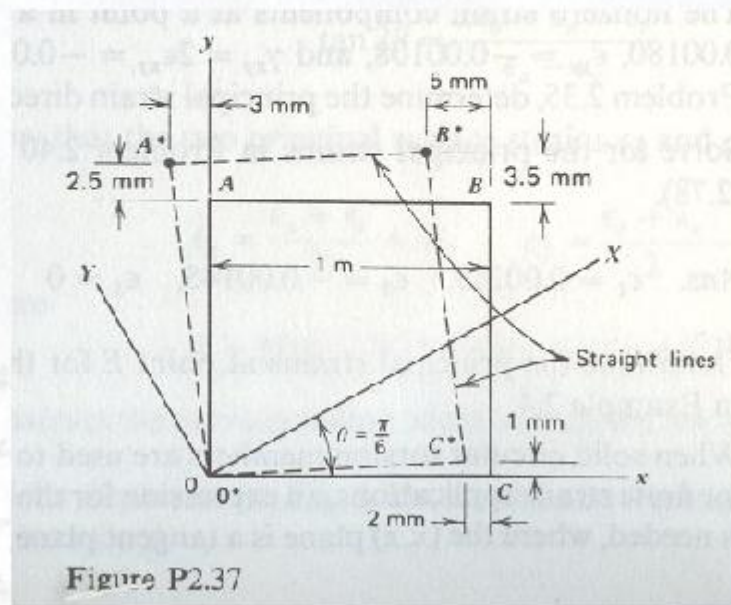


Figure P2.37

شکل (م 2-11)

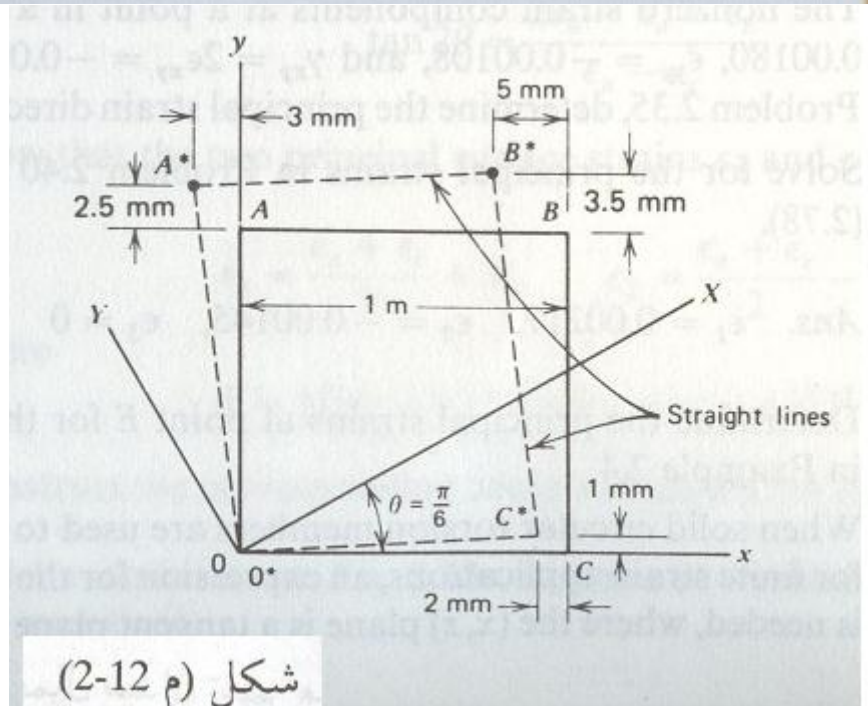
شماره ۱۸: قسمت a حل شود

2-12

یک ورقه چهارگوش مطابق شکل تحت بار قرار گرفته است بطوریکه در حالت کرنش صفحه‌ای است ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).

(a) روابط تغییر مکان و مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای xy پیدا کنید.

(b) مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای XY بدست آورید.

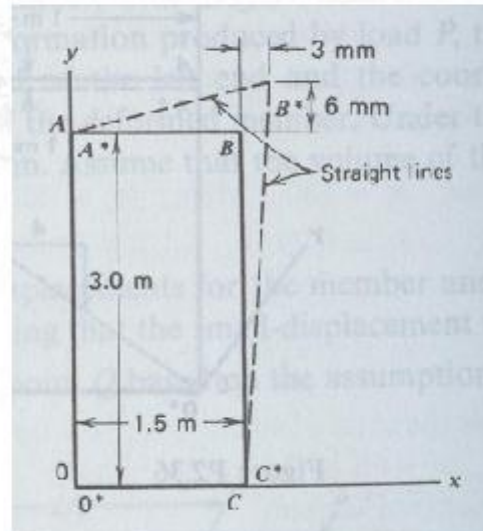


شکل (م 2-12)

شماره ۱۷:

2-13

یک ورق مطابق شکل تحت بار قرار دارد. بطوریکه در حالت کرنش صفحه‌ای است ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$). روابط مؤلفه‌های تغییر مکان و مؤلفه‌های کرنش در نقطه B را بدست آورید.



شکل (م 2-13)

شماره ۱۶:

2-14

در نقطه‌ای از یک جسم تحت بار کرنش‌ها برابرند با؛

$$\epsilon_x = 0.0018 \quad \text{و} \quad \epsilon_y = -0.00108 \quad \text{و} \quad \gamma_{xy} = -0.0022$$

کرنش‌های اصلی و جهت‌های آنها را پیدا کنید.

شماره ۱۵:

2-15

میدان تغییر مکان زیر روی جسمی اعمال شده است؛

$$u = k(2x + y^2) \quad \text{و} \quad v = k(x^2 - 3y^2) \quad \text{و} \quad w = 0$$

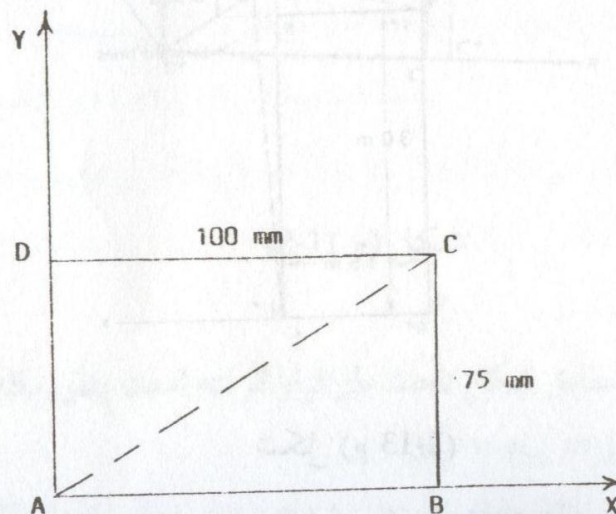
که در آن $k = 10^{-4}$ است.

- (a) المانی به ابعاد dx و dy را که نقطه سمت چپ و پائین آن قبل از تغییر مکان در $A(2,1,0)$ قرار دارد انتخاب کرده و با توجه به میدان تغییر مکان فوق شکل نهائی المان را پیدا کنید.
- (b) مختصات نقطه A را پس از اعمال میدان تغییر مکان بدست آورید.

شماره ۱۴:

2-16

- یک ورق نازک و چهارگوش به ابعاد $100\text{ mm} \times 75\text{ mm}$ تحت میدان تنش قرار گرفته، بطوری که کرنش‌های یکنواخت در آن برابرند با؛
- $$\epsilon_x = 0.0025 \quad \text{و} \quad \epsilon_y = 0.005 \quad \text{و} \quad \epsilon_z = 0 \quad \text{و} \quad \gamma_{xy} = 0.001875 \quad \text{و} \quad \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$
- تغییر طول قطر AC را بدست آورید.



شکل (م 2-16)

شماره ۱۳:

2-4

اگر کرنش‌ها در نقطه‌ای؛ $\epsilon_x = -900\mu$ ، $\epsilon_y = -300\mu$ و $\gamma_{xy} = 900\mu$ باشند، کرنش‌های اصلی و جهت‌های آنها را پیدا کنید. از دایره مور برای کرنش استفاده نمائید.

شماره ۱۲:

2-3

میدان تغییر مکان زیر داده شده است؛

$$u = (x^2 + 10) \times 10^{-4}$$

$$v = (2yz) \times 10^{-4}$$

$$w = (z^2 - xy) \times 10^{-4}$$

حالت کرنش یک المان را در (1, 2, 0) پیدا کنید.

شماره ۱۱:

2-1

نشان دهید که آیا میدان‌های کرنش زیر در یک جسم پیوسته امکان‌پذیر است؟

$$(a) \begin{bmatrix} c(x^2 + y^2) & c_{xy} \\ c_{xy} & y^2 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} cz(x^2 + y^2) & c_{xyz} \\ c_{xyz} & y^2z \end{bmatrix}$$

در هر دو حالت c ثابت کوچکی است و $\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ می‌باشد.

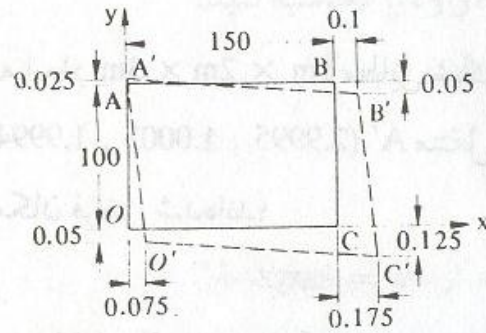
شماره ۱۰: قسمت b حل شود.

2-2

یک ورق چهارگوش OABC به ابعاد $100 \times 150 \text{ mm}$ به حالت $O'A'B'C'$ طبق شکل، تغییر شکل یافته است. تمام ابعاد نشان داده شده در شکل بر حسب میلیمتر هستند؛

(a) مؤلفه‌های کرنش ϵ_x ، ϵ_y و γ_{xy} را پیدا کنید.

(b) کرنش‌های اصلی و جهت‌های آنها را بدست آورید.



شکل (م 2-2)

شماره ۹: قسمت b حل شود

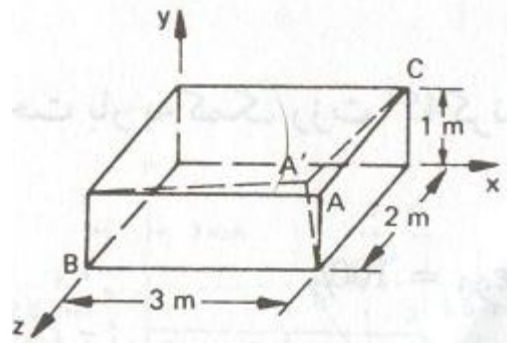
2-7

مکعب مستطیلی به ابعاد $1\text{m} \times 2\text{m} \times 3\text{m}$ مطابق شکل طوری تغییر شکل یافته است که گوشه A به A' (2.9995 , 1.0003 , 1.9994) منتقل شده است. عبارتهای زیر برای مؤلفه‌های تغییر مکان فرض شده‌اند؛

$$u = k_1xyz \quad , \quad v = k_2xyz \quad , \quad w = k_3xyz$$

که در آن k_1 ، k_2 و k_3 ثابتهایی هستند که از تغییر مکان نقطه A باید بدست آیند.

در نقطه A: (a) مؤلفه‌های کرنش و (b) کرنش نرمال در جهت خط AB را بدست آورید.



شکل (م 2-7)

شماره ۸: قسمت c و d حل شود

2-8

در نقطه‌ای از یک جسم تحت تنش، کرنش‌ها در سیستم محورها xyz به صورت زیر داده شده‌اند؛

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\mu = 10^{-6}$$

(a) ثابت‌های کرنش را پیدا کنید.

(b) کرنش نرمال در جهت x' را که زاویه آن $\theta = 30^\circ$ با محور x است بدست آورید.

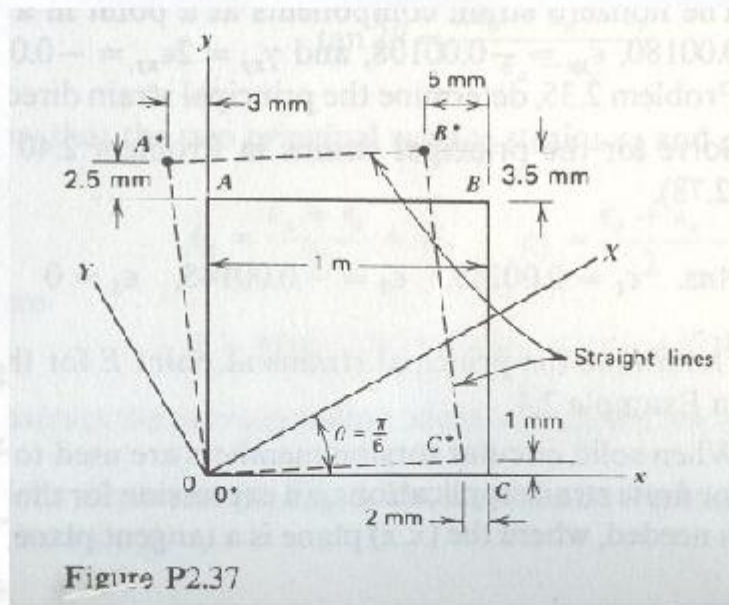
(c) کرنش‌های اصلی ϵ_1 ، ϵ_2 و ϵ_3 را محاسبه کنید.

(d) ماکزیمم کرنش برشی چقدر است؟

شماره ۷: قسمت b حل شود

2-11

یک ورق چهارگوش مطابق شکل تحت بار قرار گرفته است. بطوریکه در حالت کرنش صفحه‌ای است ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).
 (a) مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای xy پیدا کنید.
 (b) مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای XY بدست آورید.



شکل (م 2-11)

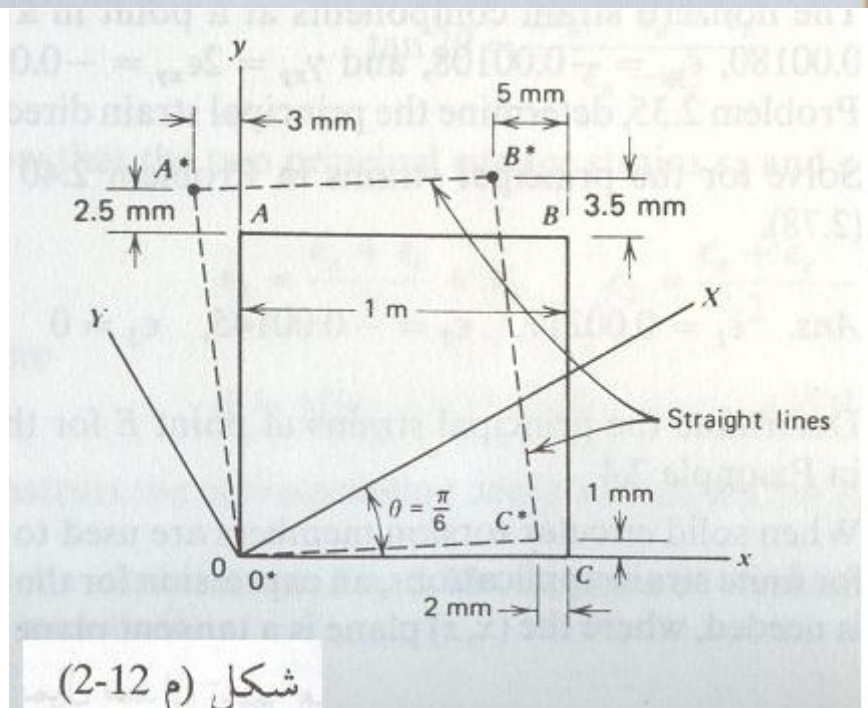
شماره ۶: قسمت b حل شود

2-12

یک ورقه چهارگوش مطابق شکل تحت بار قرار گرفته است بطوریکه در حالت کرنش صفحه‌ای است ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).

(a) روابط تغییر مکان و مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای xy پیدا کنید.

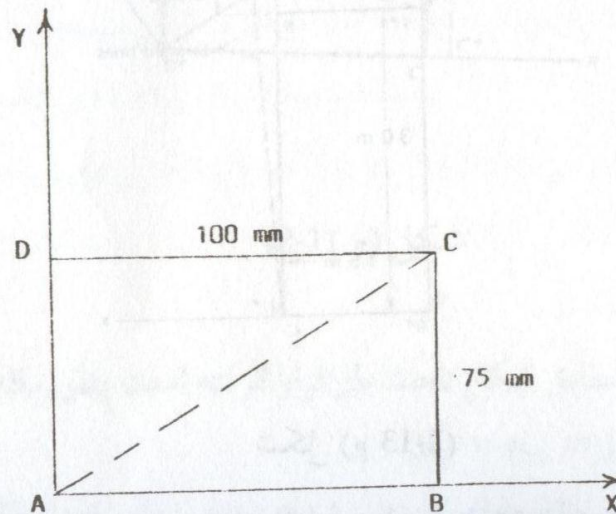
(b) مؤلفه‌های کرنش را برای محورهای XY بدست آورید.



شکل (م 2-12)

شماره ۵:

2-16) یک ورق نازک و چهارگوش به ابعاد $100\text{ mm} \times 75\text{ mm}$ تحت میدان تنش قرار گرفته، بطوری که کرنش‌های یکنواخت در آن برابرند با؛
 $\epsilon_x = 0.0025$ و $\epsilon_y = 0.005$ و $\epsilon_z = 0$ و $\gamma_{xy} = 0.001875$ و $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$
تغییر طول قطر AC را بدست آورید.



شکل (م 2-16)

شماره ۴:

2-15

میدان تغییر مکان زیر روی جسمی اعمال شده است؛

$$u = k(2x + y^2) \quad v = k(x^2 - 3y^2) \quad w = 0$$

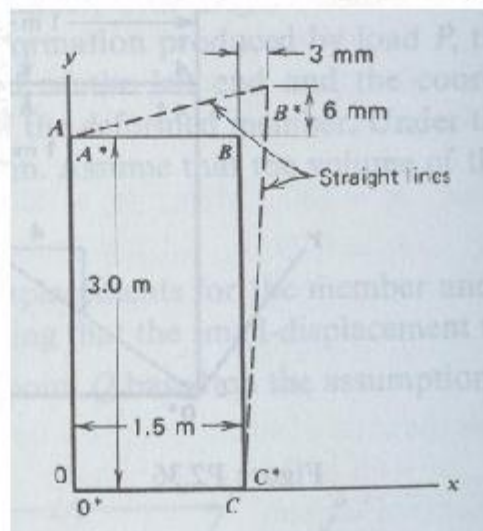
که در آن $k = 10^{-4}$ است.

- (a) المانی به ابعاد dx و dy را که نقطه سمت چپ و پائین آن قبل از تغییر مکان در $A(2,1,0)$ قرار دارد انتخاب کرده و با توجه به میدان تغییر مکان فوق شکل نهائی المان را پیدا کنید.
- (b) مختصات نقطه A را پس از اعمال میدان تغییر مکان بدست آورید.

شماره ۳:

2-13

یک ورق مطابق شکل تحت بار قرار دارد. بطوریکه در حالت کرنش صفحه‌ای است ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$). روابط مؤلفه‌های تغییر مکان و مؤلفه‌های کرنش در نقطه B را بدست آورید.



شکل (م 2-13)

شماره ۲:

2-14

در نقطه‌ای از یک جسم تحت بار کرنش‌ها برابرند با؛

$$\varepsilon_x = 0.0018 \quad \text{و} \quad \varepsilon_y = -0.00108 \quad \text{و} \quad \gamma_{xy} = -0.0022$$

کرنش‌های اصلی و جهت‌های آنها را پیدا کنید.

شماره ۱:

2-6

نشان دهید که در حالت کرنش صفحه‌ای $\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_{x'} + \varepsilon_{y'}$ است.