مقاومت۳

فصل ششم

پیچش

شماره۲۹:

دو میله یکی با مقطع دایره‌ای بشعاع b و دیگری با مقطع بیضی به شعاعهای a و b مفروضند.

(a) برای زاویه پیچش مساوی، تنش برشی در کدامیک بیشتر است؟

(b) اگر تنش برشی مجاز آنها مساوی باشد، کدامیک کوپل پیچشی بیشتری تحمل می‌کند؟

شماره۲۸:

یک میلهٔ توخالی ($r_o = c$, $r_i = b$) و یک میله استوانه‌ای توپر ($r_o = a$) از یک جنس می‌باشند. طول و سطح مقطع دو میله برابر است و هر دو میله تحت کوپل خالص قرار دارند. نسبت ماگزیمم کوپل دو میله را برای حالت $c = 1.4b$ در دو موقعیت زیر بدست آورید.

(a) در حالتیکه تنش مجاز τ_a می‌باشد.

و (b) در حالتیکه زاویه پیچشی مجاز θ_a است.

شماره۲۷:

تابع تنش زیر برای یک میله توپر تحت کوپل پیچشی در دو انتها پیشنهاد شده است.

$$\phi = K (a^2 - x^2 + by^2) (a^2 + bx^2 - y^2)$$

در این رابطه a و b مقادیر ثابتی هستند. مقدار K را بدست آورید.

شماره۲۶:

نشاندهید که روابط (6-2) و (6-7) باجابجا کردن مبدأ مختصات x ، y ، z از مرکز پیچش به هر نقطهٔ مقطع (x=a , ay = b و b مقادیر ثابتی هستند) تغییری نمی‌کنند.

[توجه تغیر مکانها در این حالت بصورت $u = -\theta z\,(y-b)$ ، $v = \theta z\,(x-a)$ و $w=w(x,y)$ بیان می‌شوند.]

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial x} = H \qquad (6\text{-}2)$$

$$M_t = 2 \int\int \phi \, dx \, dy \qquad (6\text{-}7)$$

شماره۲۵:

رابطهٔ (6-7) را برای حالتیکه تابع تنش روی مرز $\phi=c$ است بدست آورید. c ثابت غیرصفر می‌باشد.

$$M_t = 2 \int\int \phi \, dx \, dy \qquad (6\text{-}7)$$

شماره۲۴:

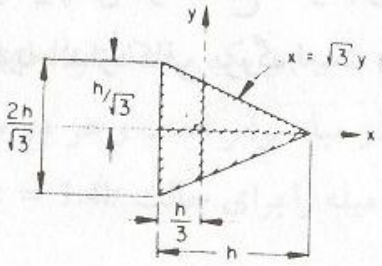
دو میله از یک جنس، یکی با مقطع دایره‌ای بشعاع c، و دیگری با مقطع چهارگوش a×2a مفروضند. شعاع c را طوری بدست آورید که در اثر یک کوپل پیچش، تنش برشی ماگزیمم و زاویه پیچش واحد طول از میلهٔ چهارگوش بیشتر نشود.

شماره۲۳:

برای یک میله منشوری تحت پیچش با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع مطابق شکل، تابع تنش بصورت زیر است

$$\phi = k\left(x - \sqrt{3}\,y - \frac{2}{3}h\right)\left(x + \sqrt{3}\,y - \frac{2}{3}h\right)\left(x + \frac{1}{3}h\right)$$

عبارتهای مربوط به تنش‌های برشی ماگزیمم و می‌نیمم و زاویه پیچش را پیدا کنید.

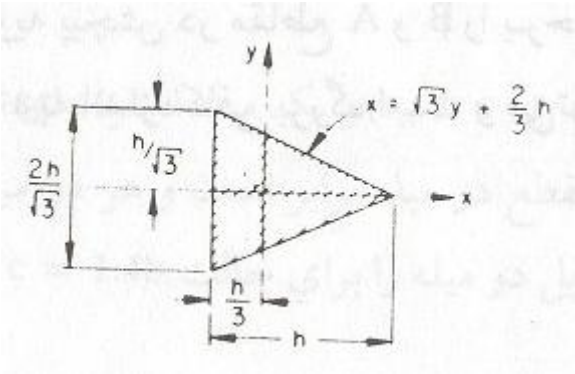


شماره۲۲:

سفتی پیچشی دایره، بیضی و یک مثلث متساوی‌الاضلاع (شکل م ـ 8-6) بترتیب با C_c ، C_e و C_t نشانداده شده‌اند. اگر سطح مقطع هرسه برابر باشد. نشاندهید روابط زیر برقرار است.

$$C_e = \frac{2ab}{a^2 + b^2} C_c \, , C_t = \frac{2\pi\sqrt{3}}{15} C_c$$

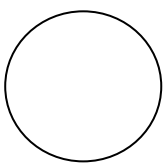
که در آن a و b شعاعهای بیضی در جهت‌های x و y هستند.



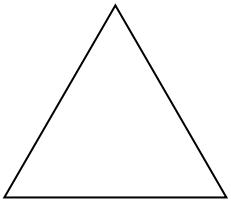
شماره۲۱:

A square shaft has 42 mm sides and the same cross-sectional area as shafts having circular and equilateral triangular crtoss sections . If each shaft is subjected to a torque of 1KN.m , determine the maximum shear stress for each of the three shafts .

t



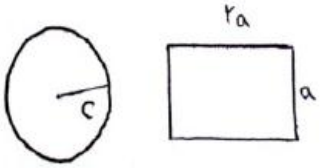
r



42

شماره۲۰:

دوعلیه از یک جنس، یکی با مقطع دایره‌ای شعاع c و دیگری با مقطع چهارگوش 2a x 2a مفروضند. شعاع c را طوری بدست آورید که در اثر یک گشتاور پیچشی، تنش برشی ماکزیمم و زاویه پیچش واحد طول از میله‌ی چهار گوش بیشتر شود.

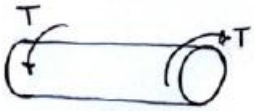


شماره۱۹:

تابع تنش زیر برای یک میله توپر تحت گشتاور پیچشی در دو انتها پیشنهاد شده است.

$$\phi = k(a^2 - x^2 + by^2)(a^2 + bx^2 - y^2)$$

در این رابطه a و b مقادیر ثابت مثبت. مقدار k را بدست آورید.

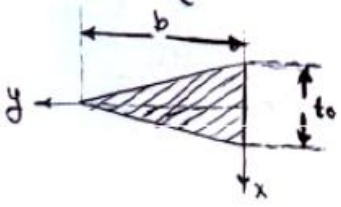


شماره۱۸:

برای مقطع میله نازک نشان داده شده در شکل، عبارتی تقریبی برای ممان پیچشی برحسب t_0, b, θ, G بدست آورید. فرض کنید که در هر y، تابع تنش در راستای x با شعاع مربوط به عرض آن قسمت t بصورت

$$\phi = G\theta\left[(t/2)^2 - x^2\right]$$

زیر باشد.



شماره۱۷:

اگر داشته باشیم:

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xz} = 0$$

نشان دهید که معادلات تعادل و سازگاری بدون در نظر گرفتن نیروی حجمی ، روابط زیر را نتیجه می‌دهند:

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial x^2} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial y^2} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial x \partial y} = 0$$

شماره۱۶:

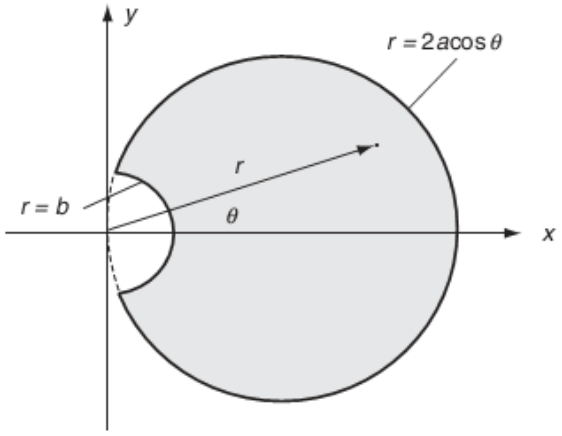
یک شفت دایره ای با خار محوری در شکل نشان داده شده است. پروفیل خار محوری با معادله زیر محدود شده است.

$$r = b$$

اگر تابع تنش به صورت زیر باشد

$$\emptyset = K(b^2 - r^2)(1 - \frac{2acos\theta}{r})$$

ابتداK را به گونه ای بدست آورید و سپس تنش های برشی را بدست آورید.



شماره۱۵:

میله‌ای فولادی بطول 3m و مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع بضلع 50mm مفروض است. میله در دو انتها تحت کوپل پیچشی قرار گرفته بطوریکه تنش برشی در آن 2/3 مقاومت الاستیک ($\tau_{yp} = 420MPa$) است. زاویه پیچشی بین دو انتها را پیدا کنید.
فرض کنید $G = 80GPa$ است.

شماره۱۴:

A rectangular bar has a cross section such that $b/h = k$, and it is subjected to a twisting moment T. A cylindrical bar of diameter d is also subjected to T. Show that the maximum shear stresses in the two bars are equal, provided $d = 3.441h(kk_2)^{1/3}$ and the bars remain elastic.

شماره۱۳:

Two bars, one with a square cross section and one with a circular cross section, have equal cross-sectional areas. The bars are subjected to equal twisting moments. Determine the ratio of the maximum shear stresses in the two bars, assuming that they remain elastic.

Ans. $\tau_{max(square\ bar)} = 1.36\ \tau_{max(circular\ bar)}$

شماره۱۲:

Show that $\phi = A(r^2 - a^2)$ solves the torsion problem for the solid or hollow circular shaft. Determine A in terms of $G\theta$. evaluate the maximum shearing stress and the torsional rigidity in terms of M_t for the solid shaft, and verify that the results are in agreement with those given in any text on strength of materials.

شماره۱۱:

find an approximate expression for the torsional rigidity of the thin symmetrical section bounded by two parabolas shown in Fig. 184, for which the width c at a depth y below the center is given by

$$c = c_o\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)$$

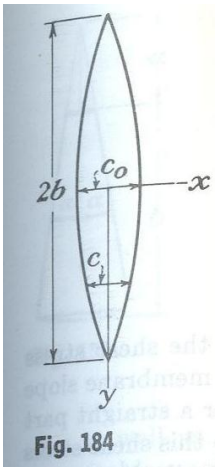


Fig. 184

شماره۱۰:

Show that the approximate stress function gives for a slender elliptical section

$$\phi = -G\theta b^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1\right)$$

the ellipse being with b/a small.

Derive the approximate formulas

$$M_t = \pi a b^3 G\theta \qquad \tau_{max} = 2G\theta b = \frac{2M_t}{\pi a b^2}$$

شماره۹:

دو میله یکی با مقطع دایره‌ای بشعاع b و دیگری با مقطع بیضی به شعاعهای a و b مفروضند.

(a) برای زاویه پیچش مساوی، تنش برشی در کدامیک بیشتر است؟

(b) اگر تنش برشی مجاز آنها مساوی باشد، کدامیک کوپل پیچشی بیشتری تحمل می‌کند؟

شماره۸:

یک میلهٔ توخالی ($r_o = c$, $r_i = b$) و یک میله استوانه‌ای توپر ($r_o = a$) از یک جنس می‌باشند. طول و سطح مقطع دو میله برابر است و هر دو میله تحت کوپل خالص قرار دارند. نسبت ماگزیمم کوپل دو میله را برای حالت $c = 1.4b$ در دو موقعیت زیر بدست آورید.

(a) در حالتیکه تنش مجاز τ_a می‌باشد.

و (b) در حالتیکه زاویه پیچشی مجاز θ_a است.

شماره۷:

نشاندهید که روابط (6-2) و (6-7) باجابجا کردن مبدأ مختصات x ، y ، z از مرکز پیچش به هر نقطهٔ مقطع ($x=a$, $ay = b$ و b مقادیر ثابتی هستند) تغییری نمی‌کنند. [توجه تغیر مکانها در این حالت بصورت $u = -\theta z\,(y-b)$ ، $v = \theta z\,(x-a)$ و $w=w(x,y)$ بیان می‌شوند.]

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial x} = H \qquad (6\text{-}2)$$

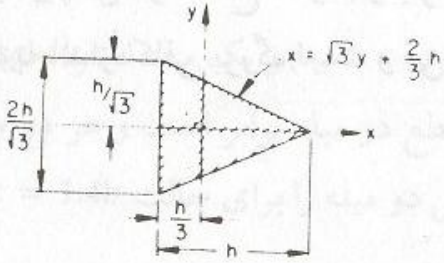
$$M_t = 2 \int\int \phi \, dx \, dy \qquad (6\text{-}7)$$

شماره۶:

برای یک میله منشوری تحت پیچش با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع مطابق شکل، تابع تنش بصورت زیر است

$$\phi = k\left(x - \sqrt{3}\,y - \frac{2}{3}h\right)\left(x + \sqrt{3}\,y - \frac{2}{3}h\right)\left(x + \frac{1}{3}h\right)$$

عبارتهای مربوط به تنش‌های برشی ماگزیمم و می‌نیمم و زاویه پیچش را پیدا کنید.



شماره۵:

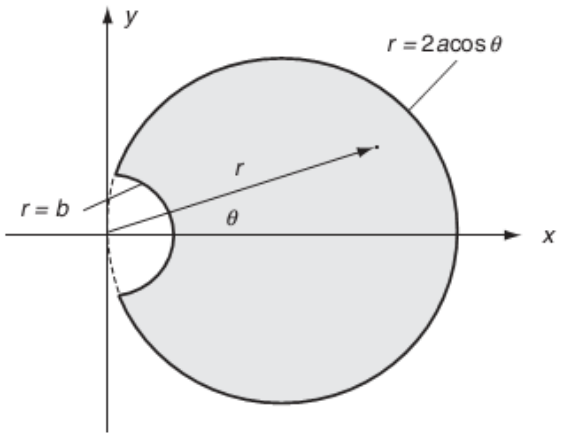
یک شفت دایره ای با خار محوری در شکل نشان داده شده است. پروفیل خار محوری با معادله زیر محدود شده است.

$$r = b$$

اگر تابع تنش به صورت زیر باشد

$$\emptyset = K(b^2 - r^2)(1 - \frac{2acos\theta}{r})$$

ابتداK را به گونه ای بدست آورید و سپس تنش های برشی را بدست آورید.



شماره۴:

A rectangular bar has a cross section such that $b/h = k$, and it is subjected to a twisting moment T. A cylindrical bar of diameter d is also subjected to T. Show that the maximum shear stresses in the two bars are equal, provided $d = 3.441h(kk_2)^{1/3}$ and the bars remain elastic.

شماره۳:

Show that the approximate stress function gives for a slender elliptical section

$$\phi = -G\theta b^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1\right)$$

the ellipse being with b/a small.

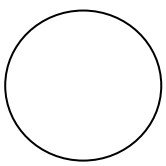
Derive the approximate formulas

$$M_t = \pi ab^3 G\theta \qquad \tau_{\max} = 2G\theta b = \frac{2M_t}{\pi ab^2}$$

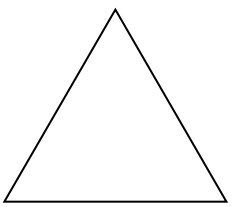
شماره۲:

A square shaft has 42 mm sides and the same cross-sectional area as shafts having circular and equilateral triangular crtoss sections . If each shaft is subjected to a torque of 1KN.m , determine the maximum shear stress for each of the three shafts .

t



r



42

شماره۱:

برای یک میله منشوری تحت پیچش با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع مطابق شکل، تابع تنش بصورت زیر است

$$\phi = k\left(x - \sqrt{3}\,y - \frac{2}{3}h\right)\left(x + \sqrt{3}\,y - \frac{2}{3}h\right)\left(x + \frac{1}{3}h\right)$$

عبارتهای مربوط به تنش‌های برشی ماگزیمم و می‌نیمم و زاویه پیچش را پیدا کنید.