

## الاستیسیته

### فصل یازدهم

#### استوانه جدار ضخیم

شماره ۱:

تمرین ۱-۱۱ با لحاظ المانی در صفحه  $rz$  معادلات (۲-۱۱) را استخراج کنید.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho b_r = 0 \quad (۲-۱۱ الف)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta} + \rho b_\theta = 0 \quad (۲-۱۱ ب)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \rho b_z = 0 \quad (۲-۱۱ پ)$$

شماره ۲:

تمرین ۲-۱۱ روابط کرنش - تغییر مکان (۴-۱۱) را استخراج کنید.

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (۴-۱۱ الف تا پ)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \quad (۴-۱۱ ت)$$

شماره ۳:

تمرین ۳-۱۱ معادلات تعادل، روابط تنش- کرنش، روابط کرنش تغییر مکان و معادله سازگاری را همراه با شرایط مرزی مربوط، برای یک استوانه جدار ضخیم با دو انتهای ثابت و تحت فشارهای داخلی و خارجی یکنواخت بنویسید.

شماره ۴:

مسئله ۱-۱۱ نشان دهید که حداکثر تنش محیطی (فشاری) در یک استوانه تحت فشار خارجی  $p$  برابر است با  $(1 - k') \cdot 2p \cdot k'$ ، که  $k$  نسبت قطر خارجی به داخلی است.

شماره ۵:

تمرین ۴-۱۱ رابطه (۱۱-۲۶) را با رابطه متناظر مستخرجه از تئوری پوسته‌های نازک مقایسه کنید.  
(الف) فقط فشار داخلی:  $p_o = 0$ .

$$\sigma_{\theta} = \frac{p_i a^2}{b^2 - a^2} \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (\text{همواره کششی}) \quad (11-23 \text{ ب})$$

اگر  $b - a$  خیلی کوچک باشد، رابطه تقریبی، از معادلات (۱۱-۲۳)، زیر برقرار خواهد بود:

$$\sigma_{\theta} = \frac{p_i a}{b - a} \quad (11-26)$$

## تمرین ۵-۱۱ روابط (۳۰-۱۱) را استخراج کنید.

استوانه جدار ضخیم با دو انتهای آزاد: برای یک استوانه جدار ضخیم، تحت فشار داخلی و خارجی با دو انتهای آزاد، حالت تنش صفحه‌ای وجود خواهد داشت. برای چنین استوانه‌ای، میدان تنش در این حالت به صورت زیر است:

$$\sigma_r = \frac{a^2 b^2 (p_i - p_o)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r^2} + \frac{p_i a^2 - p_o b^2}{b^2 - a^2} \quad (\text{الف } ۳۰-۱۱)$$

$$\sigma_\theta = \frac{-a^2 b^2 (p_i - p_o)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r^2} + \frac{p_i a^2 - p_o b^2}{b^2 - a^2} \quad (\text{ب } ۳۰-۱۱)$$

## تمرین ۵-۱۱ روابط (۳۱-۱۱) را استخراج کنید.

استوانه جدار ضخیم با دو انتهای آزاد: برای یک استوانه جدار ضخیم، تحت فشار داخلی و خارجی با دو انتهای آزاد، حالت تنش صفحه‌ای وجود خواهد داشت.

$$u_r = \frac{1 - \nu}{E} \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{b^2 - a^2} r + \frac{1 + \nu}{E} \frac{a^2 b^2 (p_i - p_o)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (\text{الف } ۳۱-۱۱)$$

$$u_\theta = 0, \quad u_z = \frac{\nu \gamma}{E} \cdot \frac{p_i a^2 - p_o b^2}{a^2 - b^2} z \quad (\text{ب و پ } ۳۱-۱۱)$$

شماره ۸:

مسئله ۱۱-۲ دو انتهای یک استوانه فولادی توخالی با قطر داخلی  $150\text{mm}$  و قطر خارجی  $200\text{mm}$  باز بوده و در معرض فشار خارجی  $140\text{bar}$  قرار گرفته است. تنش محیطی فشاری حداکثر ناشی از این فشار را محاسبه کنید. تقلیل قطرهای داخلی و خارجی استوانه را به دست آورید. فرض شود:  $E = 200\text{GN/m}^2$  و  $\nu = 0.28$ .  
جواب  $0.48\text{mm}$  و  $0.46\text{mm}$ ،  $64\text{MN/m}^2$ .